GEOMETRIA
PRACTICA
EVCLIDIS
PROBLEMATA CONTINENS.

AVTHORE

A. R. P. IOSEPHO ZARAGOZA, ê Societate IESV. Propositionum Fidei Censore, olim in Collegijs Balearico, Barcinonense, & Valentino Scholasticæ Theologiæ, modo in Matritensi Acadæmia Imperialis Collegij Matheseos Professore Regio.

AD ILLVSTRISSIMOS DOMINOS Valentinæ Vrbis Iuratos PP.

MATRITI.

Apud Bernandum à Villa-Diego. Anno Domini M.DC.LXXII.

Cum Superiorum Licentia.

ILLVSTRISSIMIS DD.

NOBILLISSIMÆ VRBIS VALENTINÆ IVRATIS PATRIBVS

D. Nicandro Aſsio, & Boil Generoſo Domino oppidi de Belfull, Primario Militum. D. Ignatio Perez Calvillo Civium Primario. D. D. Ioanni de Cardona Nobilium Secundo. D. Ioanni Torà. D. Ioſeplio Eſcolà. D. Evariſto Barberà Civibus Patriæ Patribus meritiſsimis. D. Gabrieli de Liñan Rationum Vrbis Præfecto. D. Ceferino Arboreda Vrbis Legato civibus, omnibus de Patria præclarê meritis, &c.

ILLVSTRISSIMI DOMINI.

GEOMETRIA Practica publici iuris facienda, vt orbi literario ſe dignior ſiſtat veſtræ Dominationis, & conſpectum, & patrocinium amat vnicê: illum vt novo induatur ſplendore, hoc vero ne mutuatos radios peregrinis vaporibus circumsepta fatali deliquio patiatur oppressos. Æquê spontanea, ac lætabunda se florentissimæ vrbi, literarum emporio, Nobilitatis centro, Illustrium virorum fœcundæ matri, benigno in terris cœlo, priori inquam Romæ, Valentiæ modo, sacranda currit. Sponte, scilicêt, quia ibi nata, & enutrita adolevit: & iam virilis, ætate saltem, patrios exquirit lares, sperans se benignê excipiendam fore adultam, quibus recens nata forte non displicuit; Valentiæ educatus Philosophiæ incubui, & Magni Platonis consilium sectatus, ibi simul prima Geometriæ stipendia merui vbi Matheseos prima tyrocinia posui. Quantum literarij mei labores nobilitati Valentinæ debeant explicare vix potero, licêt Isocraticum myrothecium totum effundam: & cum gratitudinem meam maiori obsequio nequeam profiteri, hoc qualecumque munus in gratitudinis specimen VV. DD. sponte consecratum volui; nulla enim illustrior demonstratio grati animi occurrit, qua florentissimæ Reipublicæ me devinctum profitear, quàm veneratio

sin-

ſingulorum in capite, filiorum in Patre. Cum ergo Reipublicæ Valentini Patres ſint VV. DD. conſtituti, non tam ſorte fortuita, quàm Dei beneficio, & providentia ſingulari: vobis vltro Geometricum hoc opus conſecro, vt qui tanti corporis vaſtitatem, capitis inſtar, altiſsima providentia regitis, omnibus meum erga Valentinos animum teſtatum eſſe patiamini. Accedit hiſce non contemnenda ratio, proportio nempê operis cum veſtro munere. Tota enim hæc Geometria Practica eſt, quæ operoſæ ſpeculationis colligit fructus, & quidem iucundiſsimos: inquo occulatiſsimam, & ſingularem veſtram Providentiam advmbratam eſſe nullus ſanæ mentis in dubium vertet. Hæc enim tota practica eſt Prudens, ſcilicêt, diſpoſitio mediorum in finem, vel vt aptius loquar executio eorum, quæ ſedula meditatione in finem deſtinatum viſa ſunt conducere. Tollite praxim, quid profundior, vel ſubtilior ſpeculatio proderit? Altitudo illa, & profunditas ſumma Divinæ Sapientiæ vno, ac ſimplici intuitu comprehendit omnia; nihilominus Divinam tolleret

Pro-

Prouidentiam, qui praxim denegaret Deo, qui conducibilium executionem tantæ menti abſonam, aut vellet, aut crederet. Quam propê VV. DD. tanto exemplari acceſſerint (provt, ſcilicêt, hominibus datum eſt Deum æmulari) frequentiſsima Vrbs, populuſque Valentinus ferê innumerus teſtis occulatus eſt, quantum forte poſteri vix credent, ſi facta ære inſculpta videant. Prætereo reliqua, vnam tamen omittere nequeo pluvioſam hyemem, immanes inquam imbres diluvij æmulos, qui vrbi iacturam, civibus malum vltimum minitari videbantur, ni Deus ſerenitatis indicem VV. DD. populo naufrago Iridem conſtituiſſet. Placidus alioquin, lenis, & amæniſſimus Turia, neſcio quo fato inſanijt, ac implacabili furia correptus, qua parte olim tantæ Vrbi dominæ blandiebatur, corruptis alvei muris, atque repagulis ferê adamantinis fractis conſtitutos iam diù à Valentina magnificentia limites tranſcendit, & fræno impatiens, iam effrænis debacchatus eſt, qui dum per irriguos à ſe ſpatiatur campos, æque agros induit luto, ac terorore populum. Qua diligentia huic imminenti malo occurrerit singularis VV. DD. Providentia, testantur omnes, quotquot beneficium vestrum grato animo excepêre mirati, scilicêt, vos vt Argos speculatione, & executione Briaræos; centoculos inquam, atque centimanos, omnia prævidisse media, simul & providisse, vt imminentia mala non priùs timere posset populi multitudo, quam aversa videret. Non interrupta nubium dissolutio externam vrbi præclusisset annonam, nisi vestra infatigabilis solicitudo rei frumentariæ, omniumque victui parabilium magnam, & super affluentem copiam advectare iugi commertio statuisset: Eadem cura fractos animo sibi metipsis restituit; labantes stitit, ac aliter perituros misere egenos, larga manu, eleemosyna pingui mature, ac provide distributa pavit, & sibi commissos filios Patriæ servavit incolumes. Alia quam plura sciens omitto digniori Panegyristæ modestia vestra correptus, ne scilicêt, dum facta sincere refero, genas vestras purpuram Tyrià nobiliorem induere videar.

Pa-

Patriæ Patres auditis, quia PP. officio functi Civium omnium causam amore verê paterno egistis. Hæc ardens cura VV. DD. toti Posteritati Illustres, imò & immortales efficiet; vtinam vestigia tanta premant æmulatione posteri, & discant praxim hanc nobilissimam consequendæ immortalitatis, scilicêt, exemplo vestro adimere saluti propriæ, quod tribuant alienæ; perit enim fax dum lucet; VV. autem DD. dum Patriæ zelo ardent, pereundo & lucent, & perennant simul. D. O. M. obsecro, vt VV. DD. sospites, & incolumes servet in Patriæ bonum, & Valentinæ Vrbis decus immortale.

Illustrissimi Domini.

VV. DD. humillimus, &
obsequentiss. in Xpo servus.

Iosephus Zaragoçà.

GEOMETRIA PRACTICA.

EVCLIDIS

PROBLEMATA CONTINENS.

GEOMETRIA PRACTICA est ſcientia practica de quantitate continua: omnes huius propoſitiones Problemata ſunt, quæ modum aliquid operandi præſcribunt, vel edocent. Cum plures viderim vna praxi cõtentos altiorem, & ſenticoſam Geometriæ ſpeculationem, vt immane monſtrum horrere, operæ prætium duxi hanc partem ſeorſum tradere, vt qui praxi delectantur, problemata omnia hic in vnum collecta executioni mandare faciliime poſsint, prooemialibus scilicêt prius rite intellectis, quæ parti etiam huic præponere debentne, terminorum saltem cognitione destitui videantur.

Practicæ studiosum hic monitum velim, ne constructiones demonstrationibus ediscendis insudet, sed ijs valere iusis, quas theorematum inscius nunquam percipiet, vna constructione peracta, & altê memoriæ insculpta ad aliam lentê festinet.

Claritatis gratia tractatum istum ad octo problemata, vel aptius ad 8. problematum species contractum damus.

Problematum species.

PRO-

PROBLEMA I.

De rectis angularibus, & parallelis.

1 *PEr punctum datum in recta alteram ducere, quæ datæ rectæ æqulais sit, vel angulum dato angulo æqualem efficiat.*

2 *Rectam ex angulo ducere, quæ illum bifariam dividat.*

3 *Invenire anguli dati valorem, vel angulum quorumlibet graduum efficere.*

4 *Rectam ducere alteri rectæ datæ parallelam, vel per datum punctum, vel data vtriusque distantia.*

5 *Per punctum extra rectam datum aliam rectam ducere, quæ cum prima efficiat angulum dato angulo æqualem.*

6 *Per punctum datum in recta, vel extra ipsam, ducere aliam rectam illi perpendicularem: & rectam bifariam dividere.*

7 *Instrumentum pro angulis rectis parare.*

Videatur de angulis *probl*. 4. *pr*. 2. & 6.

PRAXIS I.

Sit data recta AB. & punctum A. in ipsa, desideratur recta AC. æqualis alteri datæ DE. *Constructio*. Ducatur quævis AC. & sumpta

 cir-

circino diſtantia DE. transferatur ex A. in C. eritque AC. æqualis datæ DE. *Demonſtr.* quoniam AC. & DE. eidem circini aperturæ æquales ſunt, etiam interſe æquales erunt ex (3.P.)

Data iterum recta AB. & in ea punctum A. quæritur recta AC. vt angulus CAB. ſit æqualis angulo dato FDE.

Conſtr. poſito circino in D. fiat qualibet apertura arcus FE. & eodem intervallo poſita cuſpide circini in A. fiat arcus BC. ſumatur poſtea circino diſtantia FE. & transferatur in arcum BC. nempè ex B. in C. & per puncta A. & C. ducatur recta CA. Dico angulum CAB. eſſe æqualem angulo FDE.

Demonſtr. Quoniam arcus CB. FE. ſunt æquales: ergo cum ſint æquales angulorum menſuræ, erunt anguli CAB. & FDE. æquales ex (10.P.

PRAXIS 2.

Eſto datus angulus BAC. quæritur recta AD. quæ efficiat angulos BAD. CAD. æquales.

Conſtr. poſita circini cuſpide in A. fiat quolibet intervallo arcus BC. & eadem circini

cini apertura ex B. & C. fiant duo arcus se intersecantes in D. & per A. & D. ducatur recta DA. & erunt anguli BAD. & DAC. æquales, nempè BAC. erit bifariam divisus.

Demonstr. Ductis BD. CD. erunt duo triangula ABD. ACD. & latus AB. æquale AC. & BD. æquale CD. ex *constr.* & AD. latus commune: ergo reliqua omnia erunt æqualia (4. l. 1.) scilicèt angulus BAD. æqualis CAD. &c.

PRAXIS 3.

Ad determinandum valorem angulorum, præparandus est semicirculus ex lamina argentea, cuprea, cornea, vel cartacea in 180. *gr.* divisus, vt COB. sit ergo angulus datus BAD. posito semicirculi centro in angulari puncto A. & semidiametro supra rectam AB. si recta AD. secat 60. *gr.* erit angulus DAB. 60. *graduum.* Quod si recta AF. secat 120. *gr.* ex B. in F. erit angulus FAB. 120. *gr.* &c. Ad efformandum verò angulum BAD. 60. *graduum* posito semicirculo, vt antea in puncto A. numerabis ex B. in D. 60. *gr.* & ductà AD. erit angulus DAB. 60. *graduum.*

dum. Instrumentum est sanè Practicis præcipuè militaribus vtilissimum.

PRAXIS 4.

Data sit recta AB. & punctum C. extra ipsam, per quod ducenda est CE. quæ datæ AB. sit parallela.

Constr. Ex dato puncto C. ducatur quælibet recta CB. secans vtcumque datam AB. in B. ex quo fiat quivis arcus AH. & posito circino in C. fiat eodem intervallo oppositus arcus DE. & assumpta circino distantia AH. transferatur in arcum DE. ex D. in E. Tandem per puncta C. & E. ducatur recta CE. quæ parallela erit datæ AB.

Demonstr. Quoniam arcus AH. DE. sunt ex constr. æquales, etiam anguli ABC. ECB. erunt æquales (10. P.) ergo quia sunt alterni æquales, erunt rectæ AB. CE. parallelæ.

Data iterum recta AB. quæritur recta GF. ipsi AB. parallela, vt distantia vtriusque æqualis sit datæ rectæ XZ.

Constr. Sumatur circino distantia XZ. & posita cuspide in quovis puncto A. rectæ AB. describatur arcus G. & ex alio puncto B. fiat

fiat arcus F. eodem intervallo: applica deinde regulam, quæ tangant arcus, & ducta GF. erit parallela datæ AB. Quò magis assumpta puncta A. & B. distabunt, eò constructio erit exactior.

Demonst. Cum distantiæ AG. BF. æquales sint ipsi XZ. etiam interse sunt æquales (3. P.) ergo AB. & GF. sunt parallelæ æquidistantes, & earum distantia est data XZ.

PRAXIS 5.

Data recta BA. & extra ipsam puncto D. quæritur recta DA. faciens angulum DAB. æqualem dato G.

Constr. In recta BA. sumatur quodvis punctum C. ibique fiat angulus BCE. dato G. æqualis ex (*p*. 1.) deinde per datum punctum D. ducantur recta DA. parallela huic EC. (ex *p*.4.) eritque angulus DAB. æqualis dato G.

Demonstr. Cum EC. & DA. sint parallelæ ex *constr.* recta BA. ingrediens in ipsas efficit angulos C. & A. æquales (13. P.) ergo cum C. factus sit æqualis G. etiam A. erit æqualis ipsi angulo G. (ex 3. P.)

Pra-

PRAXIS 6.

In recta AB. datum est punctum C. per quod ducenda sit CE. ipsi BA. perpendicularis.

Constr. Posita circini cuspide in C. sumantur hinc inde æqualia intervalla CB. CA. Deinde quovis intervallo maiori, fiant ex B. & A. duo arcus se intersecantes in E. atque ducta EC. perpendicularis erit datæ BA. in puncto C.

Demonstr. Ductis BE. AE. fiunt duo triãgula BCE. ACE. quorum latera CB. BA. tum BE. AE. sunt æqualia ex *constr.* & latus CE. commune: ergo reliqua omnia sunt æqualia (ex 4. l. 1.) nempê anguli BCE. ECA. æquales sunt, & recti, ac proinde EC. perpendidularis (ex 11. P.)

Data sit recta BA. & extra ipsam punctum D. quæritur DCG. ipsi BA. perpendicularis.

Constr. Ponatur circinus in D. & quovis intervallo fiat arcus BGA. secans rectam BA. in duobus punctis B. & A. ex quibus quolibet intervallo fiant duo arcus se intersecantes in G. si ergo ducatur DG. erit

per-

perpendicularis datæ BA.

Demonstr. Ductis BD. & DA. recta DG. biſecat angulum BDA. (ex *p*.4.) ergo cum triangulum BDA. ſit Iſoceles , recta DC. quæ biſecat angulum, baſi BA. erit perpendicularis(ex 5.l.1.

Data recta BA. biſariam ſit dividenda.

Conſtr. Sumatur quodvis intervallum maius dimidià rectà , & poſito circino in extremo B. fiant ſupra , & infra duo arcus E. & G. deinde eàdem diſtantià fiant ex alio extremo A. duo alij arcus , qui ſecent priores in E. & G. ducta verò EG. biſariam dividet rectam AB.

Demonſtr. Ductis BE. EA. eſt triangulum BEA. iſoceles: ergo cum EC. biſariam dividat angulum BEA. (ex *p*. 2.) biſariam etiam dividet baſim BA. (ex 5.l.1.)

Data ſit BA. & punctum B. in eius extremo, quæritur BF. ipſi BA. perpendicularis.

Conſtr. Poſito circino in B. extendatur altera cuſpis ad quodlibet punctum D. extra rectam BA. & ex puncto D. eodem intervallo deſcribatur circulus FBA. & ex puncto A. vbi circulus ſecat rectam ducatur ADF. ſecans circulum in F. & iuncta FB. erit perpendicularis ipsi BA.

Demonstr. Cum recta ADF. sit diameter circuli erit arcus FBA. semicirculus: ergo angulus FBA. in semicirculo erit rectus (3.l.3.) ergo FB. perpendicularis ipsi BA.

Data sit BA. & punctum F. extra ipsam correspondens illius extremo: ducenda est FB. quæ perpendicularis sit datæ AB.

Constr. Ex puncto F. ducatur quælibet recta FA. secans datam BA. divisa FA. bifariam in D. fiat ex D. circulus ABF. secans rectā AB. in B. iuncta ergo FB. erit ipsi BA. perpendicularis.

Demonstr. Cum ADF. sit diameter est FBA. semicirculus: ergo angulus FBA. in semicirculo est rectus, & FB. perpendicularis datæ BA. (3.l.3.)

PRAXIS 7.

Instrumentum pro angulis rectis commodius est norma ex lamina argentea cuprea, vel ex qualibet alia materia solida interius, & exterius habens angulum rectum, vt ABC. Si enim applicetur latus AB. datæ lineæ rectæ, latus normæ CB. efficiet cum data recta angugulum rectum, & ducta linea CB. erit ipsi AB. perpendicularis. Idem omnino est de angulo interiori qui praxi vtilissimum est.

PROBLEMA II.

De divisione, & proportione rectarum.

1 *Datam rectam in quaslibet partes æquales dividere.*

2 *Regula pro æquali divisione.*

3 *Dividere rectam in partes similes, in quas altera data divisa est.*

4 *Datæ rectæ aliam addere, vt data media sit inter additam, & compositam ex vtraque.*

Tum datam rectam media, & extrema ratione dividere.

Consect. *Data media, & differentia extremarum tres continuè proportionales distinguere.*

5 *Datis duabus rectis mediam inter ipsas proportionalem invenire.*

6 *Datis duabus rectis tertiam ipsis proportionalem invenire.*

7 *Datis tribus rectis quartam proportionalem invenire.*

PRAXIS 1.

Data recta AB. divendi sit in quinque, vel plures partes æquales.

Constr. Fiat AC. infinita perpendicularis ipsi AB. (1. *p.*6.) & similiter BD. in altero extremo. Sumantur præterea in AC. quæcũque quinque partes æquales, & easdem in BD. ductis ergo parallelis CDOH. &c. iungatur CB. & erit OZ. quinta pars rectæ AB. qua dividetur hæc quintifariam.

Demonstr. Cum OZ. & AB. sint parallelæ, vt CO. est quinta pars rectæ CA. ita OZ. erit quinta pars rectæ AB. (2. l. 6.) similiter quælibet recta ducta CB. erit quintifariam divisa, nempê CZ. erit quinta pars rectæ CB. &c.

PRAXIS 2.

Regula pro qualibet divisione æquali.

Constr. Sumatur regula ex aurichalco, ebore, vel buxo quæ dividatur in 100. vel 1000. partes æquales arte praxis antecedentis, qualem representat AB. Iam si ex recta MN. assumendæ fuerint 60. partes ex 100. in quas consideratur divisa. ducatur CD. æqualis regulæ AB. & ex puncto C. describatur

ar-

arcus DE. & fiat recta DE. aqualis datæ MN. & iungatur CE. Sumantur præterea ex regula AB. 60. partes, & posito circino in C. describatur eo intervallo arcus FG. & ducta recta FG. continebit 60. partes ipsius MN.

Demonstr. Cum FG. DE. sint parallelæ, sicut CF. continet 60. partes rectæ CD. vel AB. ita FG. continebit 60. partes rectæ DE. quæ est MN. (2.l.6.) Hæc regula pantometræ, vel circini proportionis munere fungi potest.

PRAXIS 3.

Data linea AB. dividenda sit, in partes similes, quibus CD. est divisa in F. G.

Constr. Ducatur CE. æqualis datæ AB. efficiens quemlibet angulum ECD. coniungatur ED. cui fiant parallelæ GO. & FH. (1.*p*.4.) eritque CE. vel AB. divisa in H. & O. vt CD. in F. & G.

Demonstr. Cum sint parallelæ ED. OG. HF. est recta CE. quæ est AB. divisa, vt CD. nempè in partes similes (2.l.6.)

PRAXIS 4.

Datæ rectæ AC. vel DG. addenda sit alia GB.

GB. vt composita DB. diuisa maneat media, & extrema ratione: scilicet vt sint continuæ BG. GD. DB.

Constr. Ducatur AB. ipsi AC. æqualis, & perpendicularis ipsi AC. atque diuisa AC. bifariam in E. (1. *p.* 6.) describatur circulus AGCD. radio EA. deinde ex puncto B. per centrum E. ducatur BED. atque erunt tres continuæ BG. GD. DB. vel erit BD. media, & extrema ratione diuisa.

Demonstr. Cum AB. sit perpendicularis diametro AC. & BA. tangens (7. l. 3.) ergo est medio loco proportionalis inter secantem BD. & exterius segmentum BG. (6. l. 6.) ergo cum AB. sit æqualis AC. vel DG. ex *constr.* erit DG. media inter BG. & BD. nempe vt BG. ad GD. ita GD. ad BD.

Data recta AB. diuidenda sit proportionaliter, vel media, & extrema ratione in F.

Constr. Ducatur AC. perpendicularis, & æqualis AB. & descripto circulo ducatur BED. vt antea: tandem radio BG. fiat arcus GF. eritque AB. proportionaliter diuisa in F.

Demonstr. Est AF. diferentia inter BF. quæ

est

est BG. & BA. tum BG. est diferentia inter DG. & DB. ergo cum sint tres continuæ BG. BA. BD. (6.l.6.) erunt diferentiæ in eadem ratione: nempe AF. ad BG. vt BG. ad BA. (4.l.5.) ergo cum BG. quæ est BF. media sit inter AF. & BA. est AB. proportionaliter divisa in F.

Confect. Ex tribus proportionalibus data media AB. & diferentia extremarum AC. inveniendæ sunt extremæ BG. BD.

Constr. Diferentia AC. fiat perpendicularis termino A. mediæ AB. & divisa AC. bifariam in E, radio EA, describatur circulus: tandem per E, exalio termino mediæ B, ducatur BED, erunt tres continuæ BG. BA, BD. & diferentia extremarum est DG, vel AC.

Demonstr. Quia BA, & tangens (7.l.3.) media erit inter secantem BD, & exterius segmentum BG, (6.l.6.) ergo sunt continuæ BG, BA. BD.

PRAXIS 5.

Invenire mediam proportionalem inter datas extremas AB. EF.

Constr. Continuetur AB. vt BC. æqualis

sit

ſit ipſi EF. & compoſità AC. bifariam diviſà in O. radio OA. deſcribatur ſemicirculus ADC. & erecta perpendicularis BD. erit media inter AB. & BC. vel EF.

Demonſtr. Cum DB. ſit diametro AC. perpendicularis, media eſt inter diametri ſegmenta AB. BC. (6. l. 6.)

Aliter mediam invenire. Datæ ſint AC. & EF, ſupra maiorem AC. fiat ſemicirculus, & ſumatur CB. æqualis EF. ductà BD. perpendiculari, ſi iungatur CD. erit media inter AC. & CB. vel EF.

Demonſtr. Ducatur AD. & angulus ADC. in ſemicirculo erit rectus (3. l. 3.) ergo cum BD. ſit perpendiculum ex angulo recto, erit latus CD, medium inter baſim AC, & ſegmentum conterminum CB, (3. l. 6.).

PRAXIS 6.

Ex tribus proportionalibus data minori, & media invenire maiorem.

Conſtr. Sit minor BC. & media BA. ex centro B. fiat arcus CF. & AO. erigatur ipſi BA. perpendicularis, & quovis intervallo AO. ex O. deſcribatur circulus ſecans arcum

CF.

CF. in F. Ducta BE, per B, & F. erit tertia proportionalis quæſita.

D*ata maiori BD. & media BA. invenire minorem.* Ex B. fiat arcus DE. & ex quolibet puncto O. rectæ AO. deſcribatur circulus ſecans arcum DE. in E. & ductà BE. erit BF. tertia proportionalis minor.

Demonſtratio vtriuſque. Quia BA. perpendicularis eſt radio OA. tangit circulum (7. l. 3.) ergo tangens BA. media eſt interſecantem BE. & exterius ſegmentum BF. (*6. l. 6.*)

Alia conſtructio vtriuſque. Data media HM. cũ minore HG. vel cum maiori HM. efficiat quemlibet angulum H. ducta MG. ſi data eſt minor HG. ducatur MN. faciens angulum HMN. æqualem MGN. & MN. ſecat tertiã quæſitam HN. Si autem data ſit maior HN. ducatur MG. faciens angulum HMG. æqualem oppoſito N. & ſecabit tertiam quæſitam HG.

Demonſtr. Cum enim recta MG. efficiat angulum HMG. oppoſito N. æqualem, eſt latus HM. medium inter baſim HN. & ſegmentum conterminum HG. (3. l. 6.)

PRAXIS 7.

Datis tribus rectis BC. BA. BE. quartam proportionalem invenire BD.

Constr. Coniungantur tres datæ in communi puncto B. quolibet angulo: ductà CE. fiat ipsi parallela AD. & erit BD. quarta quæsita.

Demonstr. Cum AD. sit basi CE. parallela, secat proportionaliter latera, vt BC. ad BA. ita BE. ad BD. (2.l.6.) vel invertendo, vt BA. ad BC. ita BD. ad BE. &c.

PROBLEMA III.

De triangulis, & parallelogrammis.

1 *Triangulum æquilaterum facere ex recta.*

2 *Triangulum Isosceles ex duabus rectis formare.*

3 *Triangulum Isosceles efficere, vt quivis angulorum supra basim, sit duplus anguli verticalis; vel etiam tertia illius pars.*

4 *Triangulum rectangulum ex 2. rectis efficere.*

5 *Triangulum scalenum ex 3. rectis aptis efficere.*

6 *Pa-*

6 Parallelogrammum ex datis lateribus, & angulo efformare.

7 Supra rectam efficere rectilineum dato simile.

PRAXIS I.

Supra datam AB. faciendum est triangulum æquilaterum ABC.

Constr. Sumptà circino distantia AB. fiant ex A. & B. duo arcus se intersecantes in C. ductis CA. CB. erit ACB. æquilaterum.

Demonstr. BC. est radius æqualis BA. & AC. radius æqualis eidem AB. ergo etiam BC. AC. inter se æquales erunt (3. P.)

PRAXIS 2.

Triangulum Isosceles efficere, ex dato latere AB. & basi DE.

Constr. Ex termino A. lateris describatur arcus BC. radio AB. & sumptà circino distantia ED. transferatur ex B. in C. ductisque BC. AC. erit Triangulum ABC. Isosceles.

Demonstr. Quoniam AB. AC. radij sunt æquales: & BC. æqualis DE. ergo, &c.

PRAXIS 3.

Triangulum Iſoſceles FBD. efficere, vt quiuis angulus ſupra baſim FD. duplus ſit anguli verticalis B.

Conſtr. Si data ſit recta BD. vel libere ſumpta, addatur ipſi recta DC. vt ſint continuæ CD. DB. BC. (2. *p.* 4.) ſumpta diſtantia BD. fiant ex B. & C. duo arcus ſe interſecantes in F. & ducantur BF. FD. eritque triangulum BFD. quæſitum.

Triangulum Iſoſceles efficere BFC. vt anguli ſupra baſim CB. ſint tertia pars verticalis anguli F.

Conſtr. Sumpta libere BD. addatur CD. vt antea, & cum diſtantia BD. fiant arcus ſe interſecantes in F. Triangulum CFB. erit quæſitum.

Demonſtr. vtriuſque. Quoniam in Triangulo BFC. recta FD. ſecat BD. mediam inter BC. CD. erit angulus DFC. æqualis oppoſito B. (3. l. 6.) & quia B. & C. æquales ſunt in Iſoſcele BFC. (5. l. 1.) erit etiam DFC. æqualis huic C. ergo quoniam externus FDB. æqualis eſt internis oppoſitis C. &

DFC.

DFC. æqualibus (3. l. 1.) erit FDB. duplus ipsius C. vel B. ipsi C. æqualis: ergo cum in Isoscele BFD. æquales sint anguli BFD. BDF. (5. l. 1.) erit quilibet duplus anguli B. ergo si huic BFD. addatur DFC. æqualis B. vel C. erit totus BFC. triplus anguli B. & etiam anguli C. qui est ipsi B. æqualis.

PRAXIS 4.

Triangulum rectangulum efficere datis lateribus AC. DE.

Constr. Fiat CB. perpendicularis extremo rectæ AC. & æqualis datæ DE. iuncta AB. erit ACB. rectangulum.

Triangulum rectangulum efficere data basi AB. & uno latere DB.

Constr. Dividatur basis AB. in O. bifariã, & descripto semicirculo ACB. transferatur distantia DE. ex B. in C. ductis AC. CB. erit ACB. rectangulum.

Demonstr. Quia angulus ACB. in semicirculo est rectus (3, l. 3.

PRAXIS 5.

Triangulum Scalenum ex tribus rectis aptis efficere, nempe AB. C. D.

Constr.

Constr. Vt tres rectæ aptæ sint, duæ quælibet maiores esse debent reliquâ. Supra maiorem AB. sumatur AE. æqualis C. & fiat ex A. arcus EG. Deinde sumatur BF. æqualis D. fiatque ex B. arcus FG. priorem intersecans in G. & ductis AG. GB. erit AGB. triãgulum quæsitum.

Demonstr. Quoniam AB. est ipsa data, & AG. æqualis AE. vel C. tum BG. æqualis BF. vel D. ergo, &c.

PRAXIS 6.

Supra datam rectam quadratum efficere.

Constr. Sit data GH. eius extremo erigatur HM. ipsi æqualis, & perpendicularis (1. *p.* 6.) deinde sumpta distantia GH. fiant duo arcus ex G. & M. se intersecantes in O. si ducantur GO. OM. erit OH. quadratum.

Demonstr. Quoniam omnia latera æqualia sunt ipsi GH. & anguli recti.

Ex data recta rhombum efficere.

Constr. Si data sit recta GH. fiat angulus H. obliquus, vel æqualis dato, vel ad libitũ. In reliquo eadem est constructio.

Rectangulum oblongum ex datis BA. BC. efficere.

Constr.

Constr. Fiat BC. perpendicularis extremo datæ AB. & æqualis alteri datæ BC. & assumpta distantia BA. fiat ex C. arcus F. & intervallo BC. fiat ex A. alius arcus secans priorem in F. si iungantur AF. FC. erit AC. rectangulum quæsitum.

Demonstr. Quoniam opposita latera AB. FC. æqualia sunt, tum BC. AF. & anguli recti ex constructione.

Rhomboidem efficere in dato angulo.

Constr. Fiat angulus ABC. æqualis dato, & sumantur BA. BE. datis æquales. Deinde ex E. cum distantia AB. fiat arcus D. & ex A. cum distantia BE. fiat alius arcus priorem secans in D. iunctisque DE. DA. erit DB. Rhomboides, &c.

PRAXIS 7.

Dato triangulo ABE. aliud simile efficere supra rectam æqualem datæ XZ.

Constr. Sumatur AC. æqualis datæ XZ. & ducatur CD. parallela BE. (1. *p*. 4.) erit ergo triangulum ACD. simile dato ABE.

Dato Trapezio ABEF. simile petitur. Sumatur AC. æqualis datæ XZ. & facta CD. ipsi BE. parallela ducatur diagonium AE.

quo-

quo vsque secet rectam CD. atque ex D. fiat DH. parallela lateri EF. secans latus AF. continuatum si opus fuerit, in H. erit ergo ACDH. figura similis ABEF. Idemque est de parallelogrammis, &c.

Dato Polygono ABEFO. simile efficere. Sumatur AC. æqualis datæ XZ. & ductis diagonijs AED. AFH. fiat CD. parallela lateri BE. atque ex D. fiat DH. lateri EF. parallela: & HG. ipsi FO. & erit ACDHG. simile ABEFO. &c. eadem est in alijs polygonis consturctio.

Demonstr. omnium: Cum rectæ sint ex constructione parallelæ, omnia triangula sunt similia, & latera proportionalia (2.l.6.) ergo, & figuræ sunt similes (4.l.6.)

PROBLEMA IV.
De circulo.

1 *Circulum describere per duo, vel tria puncta. Invenire centrum, & valorem alicuius arcus, illumque bifariam dividere.*

2 *Supra datam rectam describere arcum qui datum angulum capiat, atque illum secare ex dato circulo.*

Con-

Confect. *Describere angulum dato æqualem supra datā rectam, qui datam aliam rectam, vel curvam tangat.*

3 *Arcum alteri similem secare ex circulo.*

4 *Ex dato puncto circuli dati tangentem ducere, vel circulum qui datam rectam tangat.*

5 *Ex dato puncto circulum describere, qui alium datum interius, vel exterius tangat.*

6 *Suprà rectam finitam arcum describere qui tangat aliam infinitam.*

Confect. *Supra datam rectam angulum maximum efficere, qui aliam infinitam tangat.*

7 *Ex dato puncto rectam ducere intra circulum, quæ alteri sit æqualis.*

PRAXIS I.

Per data duo puncta M. S. circulum describere.

Constr. Ex punctis M. S. fiant duo arcus qualibet distantia, quæ pro radio datur, vel eligitur, se intersecantes in O. eritque centrum vnde circulus per MS. describi potest.

Per data tria puncta A. B. C. circulum describere.

Constr. Quolibet intervallo describantur

D ex

ex A.& B.duo arcus ſe interſecantes in E. & alij duo in Q.deinde ex B. & C. fiant alij ſecantes ſe invicem in D.& F.ductis igitur rectis DFO.EQO.earum inter ſectio O. erit circuli centrum, vbi poſita altera circini cuſpide, & altera extenſa in A.vel B. vel C. deſcribetur circulus ABCR.

Demonſtr. Quoniam EO.DO. perpendiculares ſunt chordis AB.BC.eaſque bifariam dividunt ex (1.*p*.6.) tranſibunt EO. DO. per centrum circuli (2.l.3.) ergo erit centrum in communi ſectione O.

Dati arcus ABC.centrum invenire.

Conſtr. Sumantur tria quælibet puncta A.B,C.in arcu,& inveniatur eorum centrum O,vt antea ex quo perficietur circulus.

D*atum arcum AB.bifariam dividere.*

Conſtr. Ducatur recta AB.& dividatur bifariam rectà EQO. (1.*p*.6.) quæ tranſibit per centrum, & bifariam dividet arcum AB. (2.l.3.)

Dati arcus MS.invenire valorem. Inveniatur primo eius centrum O.& quoniam arcus MS.menſura eſt anguli MOS.(10.P.) inveniatur valor anguli MOS.(1.*p*.3.) qui erit

etiam

etiam valor arcus MS.

PRAXIS 2.

Supra datam rectam BA. arcum describere qui angulum capiat dato CDE, æqualem.

Constr. Ex puncto anguli D. quivis arcus describatur CEF. atque assumpto arcu EF. æquali CE. iungantur CF. FD. & in punctis B. A. fiant anguli GBA. GAB. æquales angulo C. vel F. (1. *p.* 1.) deinde ex rectarum concursu G. radio GA. describatur circulus BNA. Dico in quolibet puncto N. arcus BNA. efformari angulũ BNA. dato CDE. æqualem.

Demonstr. Quoniam angulus BNA. in circumferentia dimidium est anguli AGB. in centro, vel CDF. (3. l. 3.) ergo cum CDE. etiam sit dimidium CDF. erunt BNA. & CDE. æquales.

Ex dato circulo arcum secare, qui angulum capiat dato CDE. æqualem.

Constr. Sumatur in dato circulo BNA. quodlibet punctum N. & ducta quavis recta NB. fiat angulus BNA. æqualis dato CDE. Dico arcum ANB. esse quæsitum.

Demonstr. Quoniam in quolibet puncto

arcus BNA. quivis angulus terminatus in A. & B. æqualis erit ipsi BNA. (3.l.3.) ergo etiã ipsi CDE.

Consect. describere angulum BNA. æqualem dato CDE supra datam rectam BA. & tangat datam rectam NM, vel curvam NP.

Constr. Supra BA. fiat arcus ANB. qui capiat angulum æqualem dato CDE. vt antea, qui arcus secabit rectam NM, in punctis N, M. vel curvam NP. in N. & P. ductis NB. NA. erit angulus BNA. dato CDE. æqualis, & terminatur in rectam, vel curvam. Idemque omnino erit de punctis M. P. Si autem arcus neque tangat, neque secet rectam NM. vel curvam NP. impossibilis erit casus.

Demonstr. Ex ipsa constructione patet.

PRAXIS 3.

Ex circulo HGF. secare arcum GF. dato alteri AB. similem.

Constr. Cognitis centris C. & O. (4. *p.* 1.) ducantur OA. OB. & quævis CG. deinde sumpta distantia OA. fiat ex C. circulus DE. & mensura AB, transferatur ex D. in E. Si ergo ducatur CEF. erit arcus GF. similis DE. vel AB. quoniam sunt mensura eiusdem anguli C. (10. P.)

PRA-

PRAXIS 4.

Per datum in circumferentia punctum B. circuli tangentem ducere BA. Ex B. ducatur radius BC. per centrum, cui fiat perpendicularis BA. (1 *p.6.*) eritque tangens (7. l. 3.)

Ex dato puncto A. extra circulum ipsius tangentem ducere AB.

Constr. Ducatur ex A. per centrum C. recta AC. qua divisa bifariam in D. fiat ex D. semicirculus CBA. datum secans in B. Si ducatur AB. erit tangens.

Demonstr. Ducta BC. est angulus in semicirculo CBA. rectus (3. l. 3.) ergo AB. extremo radio perpendicularis, tangens est (7. l. 3.)

Per datum in recta punctum B. circulum ducere qui eam tangat.

Constr. Fiat in puncto B. recta BG. perpendicularis ipsi AB. (1. *p.6.*) & assumpta BC. pro radio, vel dato, vel libere electo fiat circulus BFG. qui tanget datam BA. in B.

Demonstr. Quoniam recta AB. perpendicularis est extremo radio BC. erit tangens. (7. l. 3.)

Ex

Consect. Suprà datam rectam AB. vel EF. angulum maximum efficere qui tangat aliam infinitum concurrentem, vel parallelum.

Constr. Describatur circulus tanges datam DC. per duas operationes antecedentes, & angulus BCA. erit maximus supra rectam BA. tum FCE. erit maximus supra FE.

Demonstr. Si enim circulus minor foret non tangeret rectam CD. Si autem foret maior, illam secaret, & arcus AFB. vel FAE. minor esset: ergo etiam angulus BCA. vel FCE. (5.l.6.)

PRAXIS 7.

Ex dato puncto A. intra, vel extra circulum ducere rectam ABC. vt BC. æqualis sit datæ XZ.

Constr. Sumatur in circumferentia circuli dati DBC. quodlibet punctum D. & distantia XZ. tranferatur ex D. in E. Deinde ex centro O, describatur circulus GHR, qui tangat DE, (4.*p*.4.) Tandem ex puncto A, ducatur ABC, quæ tangat circulum GHR, in H, (4.*p*.4.) eritque BC, æqualis ED, vel XZ.

De-

Demonstr. Quoniam distantiæ a centro OG. OH. æquales sunt, erit BC. æqualis ED. vel XZ. (2. l. 3.)

PROBLEMA V.

De figuris inscriptis, & circumscriptis.

1 *Triangulo circulum circumscribere, & circulo triangulum inscribere.*

2 *Inscribere circulum triangulo, & triangulum circulo circumscribere.*

3 *Hexagonum inscribere, & triangulum regulare circulo, & reliquas figuras duplo numero laterum constantes.*

4 *Inscribere quadratum circulo, & octagonum.*

5 *Pentagonum circulo inscribere, & quindecagonum, &c.*

6 *Prædictas omnes figuras regulares circulo circunscribere, & è converso: vel circulum ipsis inscribere.*

7 *Dividere circulum in 360. grad.*

PRAXIS I.

Triangulo ABC. circulum circunscribere.

Constr. Per tria puncta angularia A. B. C. describatur circulus (4.*p*.1.) & erit factum.

Dato circulo G DE. triangulum inscribere simile dato ABC.

Constr. Triangulo ABC. circunscribatur circulus, vt antea, & in circumferentia dati circuli GDE. sumatur quodvis punctum G. & fiant arcus GD. DE. similes arcubus AB. BC. (4.*p*.3.) & ductis GD. DE. EG. erit triangulum DEG. inscriptum simile dato BCA.

Demonstr. Cum arcus GD. similis sit AB. & DE. similis BC. tum EG. similis CA. sunt anguli D. & A. æquales: tum E. & B. Similiter G. & C. (3.l.3.) ergo triangulum GDE æquiangulum, proportionale, & simile est dato ABC. (2.l.6.)

PRAXIS 2.

Triangulo ABC. circulum inscribere.

Constr. Anguli C. & B. dividantur bifariam rectis CO. BO. se in O. intersecantibus (1.*p*.2.) ex O. ducatur OF. perpendicularis lateri BC. (1.*p*.6.) & radio OF. circulus inscribatur qui tanget omnia trianguli latera.

De-

Demonstr. Sumatur BG. æqualis BF. & CE. reliquæ CF. Quoniam in triangulis SO. FCO. ſunt latera CE. CF. æqualia, tum CO. commune, & anguli comprehenſi ECO. FCO. æquales, reliqua omnia erunt æqualia (4. l. 1.) Scilicêt OE. & OF. tum angulus E. rectus, vt F. ſimiliter in triangulis BOF. BOG. perpendicularis eſt AB. & æqualis ipſi OF. ergo circulus radio OF. deſcriptus tranſit per puncta G. E. F. & quoniam ibi anguli ſunt recti, tanget omnia latera (7. l. 3.) ergo erit triangulo inſcriptus (17. P.)

Dato circulo PMN. triangulum circunſcribere ſimile dato ABC.

Conſtr. Triangulo dato ABC. circulus inſcribatur EFG. vt antea, & in dato circulo PMN. ſumatur quodvis punctum P. & fiant arcus PM. PN. ſimiles arcubus GE. GF. (4. p. 3.) & ex centro H. ducantur radij HP. HM. HN. quibus fiant perpẽdiculares MZS. NZR. PRS. & erit triangulum SRZ. circũſcriptum ſimile dato ABC.

Demonſtr. Cum latera SZ. ZR. RS. ſint radijs perpendicularia, tangunt circulum (7 l. 3.) deinde in quadrilatero MHNZ. quatuor anguli equivalent quatuor rectis sicut, & in quadrilatero EOFC.(3.l.1.)ergo quoniam M.H.N.facti sunt æquales ipsis E. O. F. remanebit Z.æqualis C.(3.l.1.)similiter ostẽdetur R.æqualis B.& S.æqualis A.ergo triãgulum RSZ.equiangulum, & simile est ipsi BAC.

PRAXIS 3.

Hexagonum regulare circulo inscribere.

Constr. Assumpta radij distantia CA. trãsferantur ex quolibet puncto A. in B.D.E.F. G.vt distantiæ AB.BD.&c.sint radio æquales, & ductis rectis AB. BD. &c.erit Hexagonum circumscriptum.

Demonstr. Ducantur radij CA. CB. &c. Quoniam triangulum ABC. est æquilaterum omnes anguli sunt æquales (5. l. 1.) ergo angulus ACB. est *60. gr.* vel tertia pars semicirculi, hoc est sexta totius circuli pars: ergo arcus AB.ipsius mensura erit etiam sexta pars circuli, idemque ostendetur de arcu BD.&c. & omnes anguli in circumferentia AB.&c.sunt æquales 120.*gr.*

Triangulum æquilaterum circulo inscribere.

Constr. Radij distantia C.B. transferatur ex quovis puncto B. in D.E.F. &c. vt antea, & ad alterna puncta ducantur BE. EG. GB. eritque triangulum BEG. æquilaterum circumscriptum.

Demonstr. Cum arcus BE. EG. GB. sint æquales, etiam chordæ, vel latera trianguli (3. l. 3.) ergo triangulum æquilaterum est.

Figuras 12. Laterum, 24. vel 48. &c. inscribere.

Si omnes arcus dividantur bifariam, vt AB. in H. (4. *p.* 1.) erit AH. duodecima circuli pars, & ductis rectis ex A. in H. ex H. in B. &c. erit dodecagonum inscriptum. Si iterum arcus AH. bifariam dividatur habebitur figura viginti quatuor laterum, & ita infinite.

PRAXIS 4.

Quadratum circulo inscribere.

Constr. Ducatur quælibet diameter CD. cui ex centro E. fiat perpendicularis EAB. iunctis igitur AD. DB. BC. CA. inscriptum erit quadratum.

Demonstr. Quoniam quatuor anguli in E. sunt

ſunt recti, æquales ſunt arcus CA. AD. DB. BC. (11. P.) ergo ſubtenſæ AD. DB. BC. CA. æquales ſunt (2. l. 3.) & quatuor anguli A. D. B. C. in ſemicirculis erunt recti (3. l. 3.)

Octagonum circulo inſcribere, & figuras 16. 32. *&c. Laterum.*

Conſtr. Fiat quadratum CADB. in circulo, vt in præcedenti, & dividantur bifariam arcus in F. G. &c. (4. *p.* 1.) Coniunctis AF. FD. &c. erit octagonum inſcriptum. Quod ſi huius arcus iterum bifariam dividantur habebitur figura 16. laterum, & ita infinitê.

PRAXIS 5.

Pentagonum regulare circulo inſcribere.

Conſtr. Ducatur quævis diameter BDE. & fiat triangulum Iſoſceles BDF. vt anguli D. & F. ſuprà baſim DF. dupli ſint anguli DBF. (3. p. 3.) continuato latere DF. in G. transferatut diſtantia BG. ex G. in H. inde in O. & L. ductiſque rectis LB. BG. &c. erit pentagonum regulare inſcriptum.

Demonſtr. Quoniam in triangulo DBF.

tres

tres anguli æquales sunt duobus rectis (3. l. 1.) & BDF. FDB. æquales sunt in isoscele, & quilibet duplus anguli DBF. erit iste quinta pars duorum rectorum: ergo BDF. continebit duas quintas semicirculi partes: ergo ipsius mensura nempê arcus BG. erit quinta pars circuli quæ continet 72. *gr.*

Decagonum circulo inscribere.

Constr. Inscribatur pentagonum, vt antea & dividatur arcus HO. bifariam in E. eritque HE. vel OE. decima circuli pars, qua deceis sumpta, & ductis rectis inscriptum erit decagonum.

Figura 20. *Laterum inscribetur.*

Si iterum arcus bifariam dividantur.

Quindecagonum regulare, & figuram 30. *Laterum circulo inscribere, &c.*

Constr. Inscribatur pentagonum BLOHG. & ex B. sumantur BX. & XZ. sexta pars circuli scilicêt distantia radij BD. 60. *gra.* (5. *p.* 3.) ergo cum BL. sit 72. & BX. 60. erit, XL. 12. *gr.* nempê trigessima pars huius 360. vel totius circuli.

Deinde cum BXZ. sit 120. *gr.* & BLO. 144. erit ZO. 24. *gr.* nempê decimaquinta ta circuli pars.

Tandem si XL. transferatur ex L. in P. erit BL. 72. *gr.* LP. 12. ergo BLP. 84. qui numerus si auferatur a quadrante BN. 90. *gr.* remanebit PN. 6. *gr.* arcus scilicet figuræ 60. laterum, &c.

PRAXIS 6.

Dato circulo omnes figuras regulares circumscribere.

Constr. Inscribatur prius figura similis circumscribendæ, iuxta praxim 3. 4. & 5. *ex. gr.* quadratum ADCB. & ductis radijs EA. EB. &c. fiant ipsis perpendiculares ALF. BFG. &c. eritque figura similis LFGH. circumscripta.

Datæ figuræ regulari circulum circumscribere.

Constr. Dividantur latera figuræ datæ ADCB. bifariam in O. Z. &c. ductis perpendicularibus OE. ZE. ex earum intersectione E. ducatur ad angulum quemvis recta ED. quo radio circumscribatur circulus DABC.

Datæ figuræ circulum inscribere.

Constr. Dividantur bifariam latera datæ figuræ regularis LFGH, in A. & D. &c. ductis

ctis perpendicularibus AE. DE. (1. p. 6.) & radio EA. inscribatur circulus ABCD.

Demonstr. Omnium. Patet ex ipsa constructione.

PRAXIS 7.

Circulum dividere in 360. gr.

Supra recta AB. describatur semicirculus A*o*B. & eadem circini apertura sumatur A*d*. & B6. nempe 60. *gr*. atque ex punctis *d*. & 6. eodem intervallo describantur duo arcus se intersecantes in D. & ducta DG. erit perpendicularis diametro AB. & arcus A*o*. erit quadrans. Iterum eodem intervallo ex punctis A. *o*. fiant duo alij arcus se intersecantes in *n*. & ducta G*n*. bifariam dividet quadrantem A*o*. erit ergo A*b*. 45. *gr*. & similiter *bo* deinde ex puncto *o*. transferatur radij distantia *or*. *o* 3. & totus semicirculus divisus erit in sex partes æquales, quarum vnaquæque continebit 30. *gr*. & si quælibet trifariam secetur per attentationem erit quadrans B*o*. divisus in novem æquales partes, & quævis erit 10. *gr*. Insuper quia *bo*. est 45. & *d*. 30. erit *db*. 15. *gra*. sumpta ergo hæc distantia transferatur ex B. inter 1. & 2. & habebitur arcus quinque gra-

 duum

duum, quo intervallo totus quadrans *Bo.* dividi potest in 18. partes quælibet 5. *gr.* Inveniatur præterea arcus *pentagoni* (5. *p.* 5.) & sit *Ab.* 72. *gr.* & remanebit *bo.* 18. *gr.* & cum *do.* sit 30. erit *db.* 12. ergo si *bo.* secetur bifariam in *c.* erit *co.* 9. *gr.* deinde cum *db.* & *rb.* sint 15. si auferantur *dx.* & *rz.* æquales ipsi *db.* nempê 12. *gr.* remanebunt *bx.* & *bz.* 3. *gr.* & *zx.* erit 6. & auferendo *co.* 9. ex arcu *o*8. qui est 10. *gr.* remanebit 1. *gr.* qui si auferatur ex 5. remanebum 4. *gr.* Tandem auferendo *bo.* nempe 18. *gr.* ex *o*7. qui est arcus. 20. *gr.* remanebunt. 2. *gr.* ergo cum iam habeantur 1. 2. 3. 4. & 5. *grad.* perficietur diviso quadrantis *Bo.* in 90. *gr.* & totius semicirculi in 180. *gr.*

Semicirculus rectê divisus in lamina subtili, & perpolita ex argento, aurichalco, vel alia solida materia valde conducit ad efformandos angulos, & eorum valorem determinandum.

PROBLEMA VI.

De proportione, summa, differentia, & transformatione figurarum.

1 *Figuras similes in quacunque proportione au-*

augere, vel minuere, vel descriptarum proportionem invenire.

2 *Summam, vel diferentiam quarumlibet figurarum similium invenire.*

3 *Describere annulum æqualem cuilibet, vel quibuslibet figuris eiusdem speciei : & è converso.*

4 *Transformare triangulum, vel parallelogrammum in aliud dissimile data basi, & angulo.*

5 *Triangulum in parallelogrammum convertere, & è converso.*

6 *Quamlibet figuram in parallelogrammum convertere.*

7 *Quamlibet figuram convertere in aliam data huius specie : & figurarum dissimilium proportionem invenire.*

PRAXIS 1.

Supra rectam AB. sit figura quævis ABF. desideratur alia similis, ut prima ad secundam sit in data ratione, quam habet recta G. ad rectam H.

Constr. Inter G. & H. inveniatur media proportionalis, quæ sit M. (2. *p.* 5.) inveniatur deinde quarta proportionalis BC. nempe fiat vt G. ad M, ita BA. ad BC. (2. *p.* 7.) Tandem supra BC. describatur figura CBE. similis datæ ABF. (3. *p.* 7.) & erit CBE. quæsita.

Demonstr. Figura ABF. ad similem CBE. est in duplicata ratione laterum homologorum, scilicêt in duplicata ratione AB. ad CB. (4. l. 6.) nempè in duplicata ratione G. ad M. quæ est ipsa ratio AB. ad BC. ex *construc*: sed etiam ratio G. ad H. est etiam duplicata rationis G. ad M. cum sint tres continuæ G. M. H. (21. P.) Ergo ratio figuræ ABF. ad similem CBE. est, vt ratio G. ad H. (1. l. 5.)

Data figura CBE. augenda sit in ratione H. ad G.

Constr. Inveniatur media M. (2. *p.* 5.) & fiat, vt H. ad M. ita BC. ad BA. (2. *p.* 7.) descripta figura BAF. similis datæ BCE. erit quæsita.

Demonstr. Eadem est quæ in præcedenti.

Datæ sint figuræ similes ABF. & CBE. quæritur earum ratio.

Constr. Cognitis lateribus homologis AB. CB. inveniatur tertia proportionalis DB. (2. *p.* 6.) & ratio figuræ ABF. ad figuram

CBE.

CBE. erit vt ratio rectæ AB. ad rectam DB.

Demonstr. Figura ABF. ad similem CBE. est in duplicata ratione laterum *hom.* AB. ad CB. (4. l. 6.) sed etiam ratio AB. ad DB. est duplicata rationis AB. ad CB. cum sint continuæ AB. CB. DB. ex *constr.* (21. P.) ergo figura ABF. ad CBE. est vt recta AB. ad DB. (1. l. 5.)

PRAXIS 2.

Datæ sint quælibet figuræ similes supra rectas a. c. m. n. siue circuli, siue triangula, vel Polygona sint, quæritur earum omnium summa.

Constr. Describatur triangulum rectangulum BAC. vt latera circa angulum rectum CA. AB. æqualia sint datis lateribus homologis *a.* & *c.* (1. *p.* 4.) & figura supra rectam BC. erit summa figurarum supra CA. & AB. vel supra *a.* & *c.* quia latus BC. opponitur angulo recto (4. l. 6.) ducatur præterea CD. ipsi BC. perpendicularis (1. *p.* 6.) & fiat CD. æqualis lateri dato alterius figuræ *m.* & ducta BD. erit figura supra ipsam æqualis figuris DC. & CB. quia BD. opponitur angulo recto BCD. (4. l. 6.) ergo figura supra BD. erit summa ma figurarum *a. c. m.* tandem si DE. fiat perpendicularis ipsi BD, & æqualis dato lateri *n.* erit figura supra BE. æqualis figuris BD. DE. quia opponitur angulo recto BDE. ergo erit figura BE. summa figurarum *a.c.m.n.* & ita in infinitum.

Demonstr. Est in constructione imbibita.

Datis quibuslibet figuris similibus supra latera homologa BC. & a, *earum differentiam invenire.*

Constr. Supra maiorem rectam BC. fiat semicirculus BAC. & fiat CA. æqualis dato minori lateri *a* si verò ducatur AB. similis figura supra ipsam erit differentia figurarum supra BC. & CA. vel supra BC. & *a.*

Demonstr. Cum angulus BAC. in semicirculo rectus sit (3.l.3.) erit figura supra BC. quæ opponitur angulo recto æqualis duabus supra CA. & AB. (4.l.6.) ergo figura BC. superat figuram CA. totà figurà BA. vnde hæc est differentia inter illas.

Si datæ sint plures figuræ supra a. c. & r. *invenire differentiam inter priorum summam, & vltimam r.*

Constr.

Conſtr. Inveniatur primo ſumma figurarum *a*, & *c*, vt antea, & ſit figura ſupra rectam BC. Si hæc fuerit minor quàm *r*. ſumatur BD. æqualis ipſi *r*. & ſupra BD. fiat triangulum BCD. rectangulum, vt BC. æqualis ſit inventæ ſummæ BC. (3. *p*. 4.) & figura ſupra reliquum latus CD. erit differentia inter figuram *r*, & ſummam figurarum *a*, & *c*, &c.

PRAXIS 3.

Dato minori circulo GZX. & maiori AFE. quæritur intermedius punctis ſignatus a. r. n. *vt annulus, vel ſpatium inter maiorem, & medium circulum comprehenſum æqualis ſit dato circulo minori GZX.*

Conſtr. Inveniatur differentia inter circulos datos OA. OG. (*6. p. 2.*) nempè circulus radio O*a*. deſcriptus, & factum erit.

Demonſtr. Quoniam circulus OA. æqualis eſt duobus circulis OG. O*a*. *ex conſtr.* erit circulus GZX. differentia inter circulos AFE. *arn*. (6. *p*, 2.) ſed etiam annulus inter duos circulos AFE. *arn*. eſt differentia inter ipſos, exceſſus nempe maioris ſupra minorem: ergo go prædictus annulus æqualis eſt dato circulo GZX. (3.P.)

Dato minori circulo GZX. & medio a r n. *quæritur maior AFE. vt annulus inter maiorem, & medium æqualis ſit minori circulo GZX.*

Conſtr. Inveniatur ſumma circulorum OG. O*a*. (6.*p*.2.) nempe circulus AFE. radio OA. deſcriptus, & annulus inter circulos AFE. *a r n.* erit æqualis minori circulo GZX.

Demonſtr. Eadem eſt præcedentis.

Dato annulo inter circulos AFE. a r n. *quæritur circulus GZX. annulo æqualis.*

Conſtr. Inveniatur differentia inter circulos OA. O*a* (6.*p*.2.) nempè circulus GZX. radio OG. deſcriptus, qui erit æqualis dato annulo.

Demonſtr. Eadem omnino eſt.

Quod de annulo circulari dicitur intelligendum etiam eſt de annulo, vel quaſi annulo Polygono inter. Hexagona AFE. *a r n.* qui etiam æqualis erit minori Hexagono GZX. Idemque omnino eſt de quibuslibet alijs figuris regularibus, quæ circulo inſcribi poſſunt.

PRA-

PRAXIS 4.

Datum ſit triangulum MNS, transformandum in triangulum MRP, ſupra datam baſim MR, & angulum RMP, æqualem dato G.

Conſtr. Fiat angulus RMP, æqualis dato G, & ex punto S, ducatur SQ, Parallela baſi MN, quæ ſecabit MP, in O, iungatur oculta OR. Cui ex N, fiat Parallela NP, Secans MP, in P, & ducta PR, fiet triangulum MRP, æquale dato MNS.

Demonſtr. Cum RO, NP, ſint Parallelæ erũt proportionales RM, ad MO, ſicut MN, ad MP (2.l.6.) Ergo quia triangula PMR, OMN, habent latera Reciproca, & angulum OMN, cõmunem, erũt æqualia (1.l.6.) Ergo quoniam triangulum MON, eſt æquale ipſi MSN, nempê ſupra eandem baſim, & inter parallelas (8.l.1.) erit etiam triangulum MPR, æquale ipſi MSN, (3.P.)

Datum ſit triangulum MRP, transformandum in triangulum MSN, ſupra datam baſim MN, vt angulus baſi oppoſitus æqualis ſit dato L.

Conſtr. Ex termino baſis novæ MN, ducatur recta NP. Cui ex R, fiat parallela RO, &

ex O, ducatur OSQ, parallela basi MN. Deinde supra MN, describatur arcus MSN. Qui capax sit anguli æqualis dato L, (4.*p*.2.) qui arcus secabit parallelam SQ, in S, si ducantur SM, SN, erit triãgulum MSN, æquale dato MPR, si autem circulus non secat Rectam SQ, impossibilis erit casus.

Demonstr. Triangulum MON, æquale est triangulo MRP, vt antea (1.l.6.) sed MON, æquale est ipsi MSN, nempê supra eandem basim MN, & inter parallelas MN, SQ, (8.l.1.) Ergo MNS, etiam erit æquale ipsi MPR, deinde habet angulũ MSN, æqualem dato L, (3.l.3.) oppositum basi datæ MN, vt petebatur, &c.

Datum parallelogrammum MX, transformandum sit in parallelogrammum MQ.

Constr. & demonstr. Eadem est, quoniam parallelogramma sunt triangulorum dupla (8.l.1.) sed in secũdo casu angulus MSN, æqualis dato L, & basi oppositus, est, quem facit diameter NS, cum latere SM, sed praxis est eadem.

PRAXIS 5.

Datum triangulum ABE, transformandum ***sit***

ſit in parallelogrammum AG, ſupra datam baſim AC, & cum angulo CAF.

Conſtr. Fiat triangulum ACD, ſupra baſim AC, æquale dato AEB (*6.p.4.*) prætereà diuidatur AD, bifariam in F, & per F, ducatur FG, parallela baſi AC, & per C, ducatur CG, ipſi AFD, parallela, & erit parallelogrammum AG, æquale dato triangulo ABE.

Demonſtr. Quoniam AF, eſt dimidium rectæ AD, erit parallelogrammũ AG, æquale triangulo DAC, (8.l.1.) ergo etiam æquale erit triangulo BEA, vt petebatur.

Datum parallelogrammum AG, transformandum ſit in triangulum ABE, ſupra datam baſim AB, in dato angulo BAE.

Conſtr. Cõtinuetur AF, in D, vt ſint æquales AF, FD, & ducatur DC, fiat prætereà triangulum AEB, ſupra baſim AB, & in dato Angulo EAB, æquale triãgulo ADC (*6.p.4.*) & erit AEB, æquale parallelogrammo AG.

Demonſtr. Quia triangulum AEB, æquale eſt ipſi ADC, *ex conſtr.* & etiam ADC, eſt æquale parallelogrammo AG, cum habeat duplam altitudinem, & eandem baſim (8.l.1.) etiam triangulum AEB, eriæquale parallelogrammo AG, (3.P.)

PRAXIS 6.

Datum rectilineum ABCDE, transformãdum sit in parallelogrammum GS, data basi GH, & angulo H.

Constr. Diuidatur rectilineum datum ex quovis angulo A, in triangula AED, ADC, ACB, & supra datam basim GH, fiat parallelogrammum GN, æquale triãgulo AED, deinde supra MN, fiat parallelogrammum MQ, æquale triangulo ADC, & supra PQ, fiat PS, æquale ACB, (ex *6.p.4.*) & erit GS, æquale rectilineo dato.

Demonstr. Quoniam singula parallelogramma, quæ componunt parallelogrammum GS, singulis triangulis, quæ componunt rectilineum ABCDE, æqualia sunt, etiam parallelogrammum GS, erit dato rectilineo æquale.

PRAXIS 7.

Datum rectilineum Z, transformandum est in aliud simile alteri dato X.

Constr. Sumatur quævis recta FC, & in quolibet angulo C, fiat supra ipsam parallelogrammum CB, æquale rectilineo Z, deinde su-

ſupra BD, fiat parallelogrammum BE, æquale rectilineo X, (ex 6.*p*.6.) Cognitis iam ED, & DC, tum baſi *mn*, inveniatur quarta proportionalis *nr*, vt ED, ad DC, ita *nm*, ad *nr* (ex 2.*p*.7.) Tandem inter *nr*, *nm*, inveniatur media proportionalis *ns*, vt ſint continuæ *nr*, *ns*, *nm* (ex 2.*p*.5.) & ſupra *ns*, fiat rectilineum *x*, ſimile dato rectilineo X, (ex 3.*p*.7.) eritque illud æquale dato Z, vt petebatur.

Demonſtr. Cum Z, æquale ſit FD, & X, ipſi BE, ex *conſtr.* erit X, ad Z, vt BE, ad FD: ſed BE, ad FD, eſt vt baſis ED, ad DC, cum ſint inter parallelas (1.l.6.) Ergo X, ad Z, eſt vt ED, ad DC, (1.l.5.) ſcilicêt, vt *nm*, ad *nr*, ex *conſtr.* ſed rectilineum X, ad ſibi ſimile *x*, eſt in duplicata ratione *nm*, ad *ns* (4.l.6.) hoc eſt vt *nm*, ad *nr*, cum ſint continuæ *nm*, *ns*. *nr*, ex *conſtr.* ergo rectilineum X, ad Z, eſt vt ipſum X, ad *x*, (1.l.5.) ergo *x*, æquale eſt ipſi Z, (2.l.5.) & ſimile X, &c.

Datum rectilineum Z, transformandum ſit in Quadratum.

Conſtr. Sumatur quælibet recta FC, & in angulo recto C, fiat rectangulũ FD, æquale

ipſi

ipsi Z,(*6.p.6.*)Inueniatur deinde inter FC, CD,media proportionalis *b*,(*2.p.5.*)& quadratum supra *b*,descriptum(ex *3.p.6.*)erit æquale rectilineo Z.

*Demonstr.*Cū recta *b*,media sit inter FC, CD, erit ipsius Quadratum æquale rectangulo FD,(1.l.6.) sed FD, est æquale Z, *ex constr.* ergo quadratum *b*, erit æquale ipsi Z,(3.P.)

Datis rectilineis X,& Z,invenienda est eorum ratio.

Constr. Supra quamlibet FC,fiat rectangulum, vel parallelogrammum FD, æquale Z, & supra BD, fiat parallelogrammum BE, æquale ipsi X, (*6.p.6.*) & erit rectilineum Z, ad X,vt recta CD,ad DE.

Demostr. Est enim Z, æquale FD, & X, æquale BE, ex *constr.* sed FD,ad BE, est vt basis CD,ad DE,cum habeant æqualem altitudinem (1.l.6) ergo Z,ad X, est vt CD, ad DE,(2.l.5.)

PRO-

PROBLEMA VII.

De ſuperficiebus, & ſolidis.

1 *Inveniri ſuperficiem parallelogrammi, vel trianguli.*

2 *Invenire planas ſuperficies rectilineas omnium figurarum, & corporum.*

3 *Invenire ſolidorum altitudinem.*

4 *Invenire ſoliditatem parallelepipedorũ, & priſmatum.*

5 *Invenire ſoliditatem Pyramidum, & corporum regularium.*

6 *Deſcribere ſolidum alteri dato ſimile ſupra latus datum: & invenire rationem ſolidorum ſimilium.*

7 *Transformare Pyramidem, parallelepipedum, vel Priſma in aliud data baſi rectilinea, vel altitudine.*

Explicatio ſuperficiei.

Superficies menſuratur ſpatijs quadratis illius rectæ, quæ ſumitur vt menſura laterũ figuræ. *Ex gr.* Si latus trianguli æquilateri fuerit decem pedũ, ſuperficies menſurabitur pedibus quadratis, vel quadratis, quæ latus habeant vnius pedis: idẽque eſt de qualibet, alia menſura, in quam figuræ latera conſiderantur diviſa. *Ex-*

Explicatio soliditatis.

Corporum soliditas mensuratur cubis illius rectæ, quæ laterum corporis mensura est. *Ex gr.* si latera solidi mensurantur pedibus, soliditas etiam pedibus cubicis mensurabitur, vel cubis, qui pedem habeant pro latere: idemque est de qualibet alia mensura.

PRASSIS I.

Productum ex basi, & altitudine est superficies parallellogrammi.

Exemplum I. Si parallelo grammum EB, sit rectangulum, & basis AB, fuerit 3.*ped.* & latus, vel altitudo AE, fuerit 5.*ped.* multiplicabitur 3. per 5. & productum erit 15. *pedes quadrati*, & est tota superficies rectanguli EB: vt apparet in rectangulo Z, qui 15. quadratis constat.

Exemp. 2. Si parallelo grammum AD, non sit rectangulum, ducatur AE, lateri opposito perpendicularis, continuato si opus fuerit: si ergo basis AB, constet 3. *pedibus*, & perpendiculum AE, 5. *pedibus* ducatur basis in altitudinem, scilicêt, 3. in 5. & prodibunt 15. *pedes quadrati*, nempê superficies parallelo grammi AD.

De-

Demonstr. Si ducatur BF, etiam perpendicularis opposito lateri CD, erit rectangulum BE, æquale rhomboidi AD. Cum habeat eandem basim, & inter easdem parallelas sit (8.l.1.)

Productum ex basi in dimidiam altitudinem, vel productum altitudinis in dimidiam basim est trianguli superficies.

Exemp. 1. Si triangulum PRO, rectangulum sit, erit PR, perpendicularis, & trianguli altitudo: Sit ergo PR, 4.*ped.* & basis RO, 9.*ped.* ducendo 9. in 2. scilicêt, in dimidiam altitudinem, erit productum 18. *ped.* nempê trianguli superficies. Similiter ducendo altitudinem 4.*ped.* in dimidiam basim $4\frac{1}{2}$ *ped.* erit etiam productum 18.*ped.quad.*

Exemp. 2. In triangulo HLP, cadit perpendiculum PR, intra triangulum; & sit 4. *ped.* ipsius dimidium erit 2: Si ergo basis HL, fuerit 5.*ped.* ducendo 5. in 2. erit productum 10. *ped. quad.* nempê arëa, vel superficies trianguli.

Exemp. 3. In triãgulo LOP, cadit perpendiculũ PR, extra triangulũ supra basim OL, continuatam: sit ergo basis OL, 6.*ped.* & per-

H pen-

pendiculum PR, 4. *ped.* ipsius dimidium est 2. ducendo 6. in 2. erit superficies trianguli LOP, 12. *ped. quadrati.*

PRAXIS 2.

Invenire superficiem rectilinei.

Quodlibet rectilineum ABCDEF, resolvatur in triangula: si ergo inveniatur superficies vniuscuiusque trianguli (*ex 7. p. 1.*) omnium summa erit totius rectilinei superficies.

Invenire superficies solidorum.

Si solida planis superficiebus terminentur, cuiuslibet plani superficies inveniatur, vt in præcedenti, & omnium summa erit totius corporis superficies.

Invenire superficiem figuræ regularis quorumlibet laterum.

Ex centro figuræ, quod est centrum circuli circunscripti, demittatur perpendiculum ad quodlibet latus: si ergo dimidium perpendiculi ducatur in perimetrum figuræ, vel in omnium laterum summam, productum erit figuræ regularis superficies. Tum si ducatur integrum perpendiculum in dimidium perimetri eadem superficies prodibit.

In-

Invenire circuli superficiem.

Consideratur circulus vt Polygonum infinitorum laterum, & radius, vel semidiameter vt ipsorum perpendiculum. Vnde si radius ducatur in semiperimetrum, vel in dimidium peripheriæ, productum erit superficies, vel area totius circuli. Modus autem inveniendi circumferentiam ex cognito radio explicabitur (8. *p.* 4.) Aliam regulam tradidi in Arithmetica *lib.* 4. *cap.* 9. ad inveniendas superficies ex lateribus, & latera ex superficiebus: tum etiam ad figuras regulares transformandas.

PRAXIS 3.

Invenire solidorum altitudinem.

In Parallelepipedis, prismatibus, & pyramidibus, quæ habent vnum laterũ BC, basi perpendiculare, latus ipsum est eorum altitudo.

Si omnia latera inclinata sint, vt in piramide BAXE. Ex vertice E, demittatur perpendiculum EZ, supra planum basis, continuatum si opus fuerit, & ipsum erit solidi altitudo.

Si perpendiculum cadat intra solidum, vt in Pyramide *acrb*. Vertici *b*, accomodabitur regula plana, vel linea recta *hg*, quæ ſit parallela baſi ipſius ſolidi, & ex quolibet pũcto *g*, demittetur perpendiculum *go*, quod erit ſolidi altitudo.

PRAXIS 4.

Invenire ſoliditatem parallelepipedi, & priſmatis.

Si baſis ſuperficies ducatur in altitudinem parallelepipedi, vel priſmatis, productũ erit illius ſoliditas. *Ex gr.* Sit parallelepipedum rectangulum DC, & ipſius baſis rectangulum AC, cuius latera ſint AB, 4. *ped.* & BC, 3. *ped.* duc igitur 4. in 3. & erit ſuperficies AC, 12. *ped. quadr.* (7. *p.* 1.) Si tandem hæc ſuperficies ducatur in altitudinẽ AD, 10. *ped.* erit productum 120. *ped. cubici*, nempê ſoliditas totius parallelepipedi DC.

Idem eſt in Priſmate *ex gr.* Z. Si pentagoni baſis inventa ſit 20. *ped. quad.* (7. *p.* 2.) & altitudo ſit 10 *ped.* ducatur 20. in 10. nempê baſis in altitudinẽ, & productũ erit 200. *ped. cubici*, ſcilicêt, tota ſoliditas priſmatis: ſi enim priſmata, & parallelepipeda habeant æqualem baſim, & altitudinem, æqualia ſunt (5. l. 11.)

PRA-

PRAXIS 5.

Invenire Pyramidum soliditatem, & etiam corporum regularium. Superficies ipsius basis ducatur in tertiam altitudinis partem, & productum erit pyramidis soliditas *ex gr.* Sit pyramis ABCD, & superficies basis triangularis ABC, 20.*ped.quad.* inventa ex 7.*p.* 1. Præterea perpendiculũ DO, ex vertice sit 9. *ped.* & tertia ipsius pars erit 3. *ped.* ducendo igitur 20. in 3. productum erit 60.*ped. cub.* soliditas ipsius pyramidis. Idemque est in omnibus licet basis quadrilatera, vel pentagona sit. *Si Pyramis fuerit trunca*, vt HLFQIP, & diminuta est parte superiori PQIR, applica duas regulas lateribus HP, FQ, vt inveniatur vertex R, & habebis duas pyramides HFLR, & PQIR, quarum altitudinem supra plana HFL, PQI, ex vertice R, investigabis (7.*p.*3.) Præterea inveni superficies basium HFL, PQI (7.*p.*2) quibus cognitis inveniatur prius soliditas totius HFLR, deinde soliditas fragmenti PQIR, vt antea: si tandem hanc ex illa demas, remanebit soliditas pyramidis truncæ HFLPQI.

Invenire soliditatem corporum regularium.

Hoc

Hoc ſatis explicatum fuit in noſtra Arithmetica *lib.4.cap.9.* Qua propter ne actum agere videar hic omittendum cenſui.

PRAXIS 6.

Deſcribere ſolidũ EF, ſimile alteri dato RH, ſupra latus datum ED.

Primo ſupra latus ED, fiat baſis DC, ſimilis datæ BA, (3.*p.*7.) deinde ſupra latus EC, fiat planum EC, dato AO, ſimile & iterum ſupra ED, planum DG, ſimile ipſi BO, &c. Si ergo omnia plana ſimilia facta ſint, & ſimiliter diſpoſita, erunt ſolida EF, & RH, ſimilia, quoniam omnes anguli ſolidi erunt æquales, & latera proportionalia (23.P.)

Invenire rationem ſolidorum ſimilium, nempe ſolidi RH. ad EF.

Conſtr. Cognitis lateribus homologis RB, & ED, inveniatur tertia proportionalis M, vt ſint continuæ RB, ED, M, (2.*p.*6.) quibus cognitis inveniatur quarta proportionalis N, (2.*p.*7.) vt ſint cõtinuæ RB, ED, M, N, ratio ergo RB, ad N, erit ratio ſolidi RH, ad ſolidum EF.

Demonſt. Cum ratio ſolidi RH, ad EF, triplicata ſit rationis laterum homologorum

rum RB, ad ED, (6. l. 11.) & etiam ratio lateris RB, ad N, triplicata sit rationis RB, ad ED, cũ sint quatuor cõtinuæ RB, ED, M, N, (21. P.) erit ratio solidi RH, ad EF, eadem ac ratio lateris RB, ad N, (1. l. 5.)

PRAXIS 7.

Datam pyramidem ABCD, transformare in aliam supra datam basim EFGHI.

Cõstr. Inveniatur ratio inter bases EFGHI, & ABC, (6. *p.* 7.) quæ sit ratio invẽta *b*, ad *d*, sumatur præterea recta *a*, æqualis altitudini pyramidis ABCD: & cognitis *b*, *d*, *a*, inveniatur quarta proportionalis *c*, (2. *p.* 7.) quæ sumatur pro altitudine pyramidis EFGHIO, & ista æqualis erit datæ pyramidi ABCD.

Demonstr. Quoniam *b*, ad *d*, est vt basis EH, ad ABC, & etiam vt B, ad D, ita altitudo *a*, ad altitudinem *c*, erunt bases, & altitudines reciprocè proportionales: ergò pyramides æquales sunt (5. l. 11.)

Datam Pyramidem ABCD, transformare in prisma supra datam basim EFGHI.

Constr. Inveniatur vt antea quarta proportionalis *c*, & sumatur eius tertia pars

pro

pro altitudine prismatis, quia pyramis est tertia pars prismatis æqualis altitudinis.

Datum prisma in pyramidem transformare.

Constr. Inveniatur similiter quarta proportionalis *c*, & sumatur huius triplum pro pyramidis altitudine, quoniam prisma æqualis altitudinis est pyramidis triplũ, (5. l. 11.)

Datam pyramidem ABCD, in aliam transformare, data eius altitudine, c.

Constr. Fiat vt data altitudo *c*, ad altitudinem pyramydis *a*, ita basis ABC, ad quamlibet basim EFGHI. Quælibet ergo pyramis supra basim istam cum altitudine data *c*, æqualis erit datæ pyramidi ABCD, habebunt enim bases, & altitudines reciprocas: ergo erunt æquales (5. l. 11.)

Eadem est *constr.* Si prisma in prisma, vel in parallelepipedum, aut ê converso fuerit transformandum. Si autem prisma, vel parallelepipedum in pyramidem sit convertendum fiet vt triplum altitudinis datæ ad altitudinem prismatis, vel parallelepipedi, ita basis istorum ad pyramidis basim. E converso quando pyramis in prisma, vel parallelepi-

pe-

pedum eſt transformanda data iſtorum alti-tudine, fiet vt tertia pars altitudinis iſtorum ad altitudinem pyramidis, ita baſis iſtius ad illorum baſim. Baſes vero cuiuslibet ſpeciei in quacumque ratione ad aliam datam invenientur (ex *6.p.7.*)

PROBLEMA VIII.

De Problematibus nondum ſolutis.

1 *De triſectione arcus, & anguli.*
2 *De inſcriptione heptagoni, &c.*
3 *De duabus medijs proportionalibus.*
4 *De circuli quadratura.*

Monitum.

Problemata nondum ſoluta voco illa, quæ ſine controverſia geometricê demonſtrata non ſunt. Quapropter circuli quadratura ad hanc pertinet claſem: non tamen ideò negatam volo gloriam, quam meretur R. P. Gregorius à Sancto Vincentio Societatis Ieſu (Geometra inſignis, & meo quidem iudicio maximis Apollonio, & Archimede ſolo tẽpore inferior) quovſque ipſius quadratura abſque controverſia ab omnibus ſit admiſſa.

DE TRISECTIONE.
Arcus, & Anguli.

Angulus rectus facillimè trifariam dividitur, quia angulus trianguli æquilateri est tertia pars duorum rectorum (5.l.1.) nempè 60. *gr.* ergo ipsius dimidium, scilicèt, 30.*gr.* erit tertia pars quadrantis, vel anguli recti. Methodus vniuersalis pro omnibus angulis, & arcubus hucusque inventa non est.

Illustrissimus Caramuel in sua Mathesi nova, quæ superiori anno 1670. prodijt in lucem, ait hac demõstratione caruisse Ptolomæũ, & reliquos antiquorum, quã *pag.* 330. *num.* 270. hac arte proponit.

Sit Angulus FCB, vel arcus FB, ipsius mensura trisecandus. Iuncta FB, ducatur ex centro recta CIG, tali arte, vt FI, æqualis sit chordæ FG, & erit arcus FG, tertia pars totius FB.

Demonstr. Quoniã triangula FCG, FGI, Isoscelia sunt, & habẽt angulũ G, cõmunem erũt æquales anguli FCG, GFI, (3.l.1.) ergo cum FCG, sit in centro & GFB, in circumferentia erit arcus FG, dimidium arcus GB, (3.l.3.) scilicèt, tertia pars totius FB. Quod erat demonstrandum.

Geo-

Geometræ omnes haberent Caramueli gratiam immortalem ſi demōſtraſſet artem, qua recta CIG, ducenda ſit vt præſcribitur: dum enim hoc demonſtratum non eſt, etiam problema inſolutum manet. Antiqui ſanè medijs non caruere ad reſolutionem. Pappus Alexandrinus *lib.4.prop.* 32. hoc proponit. Sit datus angulus MLN. Ex quolibet puncto M, demittatur perpendiculum MN, deinde ex angulari puncto L, ducatur LOP, tali arte vt OP, dupla ſit ipſius LM, & angulus NLP, erit tertia pars totius NLM. Demonſtratio apud ipſum videri poteſt, quam licet pro angulo acuto limitatam adducat, extēdere licet etiam ad obtuſos.

Franciſcus Vieta nobilis Geometra Gallus in ſupplemento *Geom.pr.9.* hoc aliud medium proponit. Sit datus angulus HIK, vel ipſius menſura arcus HK, trifariam ſecandus. Continuata diametro KZA, ducatur recta HEA, vt EA, æqualis ſit radio IK, eritque arcus ZE, tertia pars ipſius HK. Demonſtratio videatur apud ipſum.

Addamus & nos aliud medium. Sit datus angulus VST, vel arcus TXV, trifariam diuidendus. Ducatur diameter TSR, & ex pũcto V, recta VZY, vt ZY, & ZS, æquales sint & erit arcus RY, tertia pars ipsius TXV. *Demonstr.* Ducatur YSX. Quoniam triangulum ZYS, est Isosceles, æquales sunt anguli ZYS, & ZSY, (5.l.1.) sed Angulus ZSY, æqualis est verticali TSX, (1.l.1.) ergo angulus in centro TSX, æqualis est angulo in circunferentia XYV, ergo arcus TX, vel YR, dimidium est arcus XV, (3.l.3.) scilicêt, tertia pars totius TXV. Omnes istæ demonstrationes non sunt, cum medium assumptum eandem imbibat difficultatem, & ars ducendi rectam præscriptam; neque tradita, neque demonstrata sit.

Antonius Sanctinius Professor Romanus, anno 1648. publici iuris fecit librũ inscriptum *Inclinationum Appendix*, vbi varias tradit huius problematis solutiones, paralogismis tamen refertas, quos demonstratos habeo in speciali tractatu, in quo etiam locum habebit pro meritò alia trisectio, quam in hac regia Matritensi Curia, non nemo pollicitus est. Omittere hic nequeo Sanctinij errores demonstratos iam esse à nobili Geo-

me-

metra Petro Paulo Caravagio, quem tamen nondum vidére licuit.

Concludamus igitur hucuſque triſectionem Geometricê demonſtratam non eſſe: vnde arcus, vel angulus datus tantum poterit æqualiter diuidi in 2. 4. 8. 16. partes æquales, &c. ſcilicêt, per continuam anguli biſectionem (ex 1. *p*. 2.)

DE HEPTAGONO.

Nullæ aliæ figuræ circulo inſcribi poſſunt Geometricê præter expoſitas *probl*. 5. & quæ per continuam arcuum biſectionem ex ipſis oriuntur. Figuræ autẽ 7. laterum 9. 11. 13. 17. 19. &c. Geometricê inſcribi poſſent, ſi ars inveniatur ad efformandum triangulum Iſoſceles, vt quivis angulorum ſupra baſim triplus ſit, quadruplus, &c. anguli verticalis; quemadmodum triangulum Iſoſceles anguli dupli pentagono inſcribendo inſervit, (5. *p*. 5.) ita triangulum anguli tripli inſerviret *Heptagono*, & quadrupli *Enneagono*, vel *Nonagono*. Antonius Sanctinius praxim vniuerſalem affert erroneam, ſed adhibita cautione modo explicanda; erit veritate adeò proxima, vt error ſit inſenſibilis, & operatio facillima,

Pra-

Praxis pro figuris regularibus.

Ex centro H, deſcribatur quivis circulus ARB, & ſumpto in circumferentia quolibet puncto A, ducatur AHB, diameter. Sumantur præterea ex A, tot partes æquales quot futura ſunt figuræ latera, & ſint *exemp. gr.* 7. ita vt vltimum punctum 7. proximum ſit diametri puncto B, vltra, vel citra, præterea ducta AE, bifariam dividetur in O, & radio OA, deſcribetur novus circulus ADEF. Inſuper fiat OC, perpendicularis diametro AOE, & ex puncto C, ducetur per ſecundam diuiſionem recta C 2. quæ determinabit punctum D, in novo circulo, & erit arcus AD, ſeptima pars totius circuli ADEF. Tãdem ſi ducatur DE, ſecans priorem circulum in *a*, erit arcus A *a*, ſeptima pars prioris circuli ABC, ſcilicêt, proxima. Quo punctũ E, proximius fuerit B, erit operatio ſecurior. idemque omnino eſt in figuris 9. laterum 11. 13. &c.

DE DVABVS MEDIIS.

Antiqui & recentiores nullum non mouerunt lapidem ad inveniendas duas medias proportionales inter datas extremas. Plura me-

media lectori videre licebit in Geometria R, P, Claudij Richardi Matheſeos in hac Matritenſi Academia Profeſſoris Regij anteceſſoris noſtri : ex quibus omnibus vnum eligo, quia ſatis clarum, & inteligibile apparet.

Datæ ſint extremæ E, & D, quæruntur duæ mediæ B, & C, vt ſint quatuor cōtinuæ E, B, C, D.

Conſtr. In angulo recto PFG, ſumatur FG, æqualis maiori extremæ E, & FP, æqualis minori D, ductis GK, PK, parallelis FP, FG, erit FK, rectangulum, & ex diametrorum concurſu A, deſcribatur circulus FGKP, qui tranſibit per quatuor angulos rectos (3.l.3.) Continuatis igitur lateribus KGH, KPR. Si ex puncto F, ducatur recta FRH, vt æquales ſint FR, LH, erunt duæ mediæ quæſitæ HG, RP, & quatuor continuæ FG, GH, RP, PF.

Ad ducendam rectam FR modo præſcripto, certa methodus inventa non eſt, practicè fieri poteſt hoc modo. Ex centro A, ducatur circulus *p q*, ita vt recta P *p*, maior ſit quam PF, & GH, minor quam FG, deinde applicata regula punctis *p*, *q*, ſi non tranſeat per F, fiet alius circulus RH, maior, vel minor

nor donec recta RH, transeat per F, eruntque RF, LH, æquales (4.l.3.)

Demonstr. Rectangulum KHG, est æquale rectangulo FHL (6.l.6.) hoc est rectangulo LRF, vel KRP, ergo sunt latera reciproca vt HK, ad KR, ita RP, ad HG, (1.l.6.) sed etiam FP, ad PR, est vt HK, ad KR, ex parallelis FP, HK, (2.l.6.) ergo etiam FP, ad PR, erit vt RP, ad HG, (1.l.5.) & erunt tres continuæ FP, PR, HG, deinde proportionales sunt FP, ad PR, vt HK, ad KR, vel vt HG, ad GF, ex parallelismo (2.l.6.) ergo erunt quatuor continuæ vt FP, ad PR, ita PR, ad HG, & ita HG, ad GF, ergo RP, & HG, mediæ sunt inter FP, & FG, quæ sunt ipsæ datæ E, & D, &c. Certum etiam est duas medias inventas fore, si hoc resolveretur problema. *Dato quovis angulo RPF, & puncto quolibet H, intra, vel extra illum, ducere rectam HR, vt inter segmentum FR, cuilibet datæ rectæ æquale sit.* Demonstratum hoc est à Francisco Vieta in supplemento *prop.* 5. Etiam hoc dato erit data anguli trisectio, vt in Pappi Alexandrini constructione vidimus.

Ex

Ex duabus medijs pendet constructio solidorum similium inqualibet data ratione. *Exem.gr.* Si recta D, latus fuerit cubi, Prismatis, &c. & quæritur simile solidum quod duplum, vel triplum sit, &c. Si sumatur E, dupla, vel tripla ipsius D, nempê, vt E. ad D. sit in data ratione, & inveniantur duæ mediæ B, & C, inter E. & D. solidum suprà C. ad solidum suprà D, simile, rationem habebit, quàm E. ad D. Quoniam solidum ad aliud simile rationem habet triplicatam laterum homologorum (6.l. 11.) & etiam quia sunt quatuor continuæ E. B. C. D. ratio E. ad D. triplicata est rationis C. ad D. (21. P.) ergo solidum C. ad solidum D, eandem rationem habebit, quàm recta E, ad rectam D. (1. l. 5.)

Præter augmentum, & diminutionem solidorum similium pendent aduabus medijs problemata innumera, vt hoc vno soluto Geometria ditior foret, & eius termini fere sine termino extensi, vt de Geometria benemeritus immortalem gloriam consecuturus sit, qui tantum problema hactenus desideratum geometricê solvat.

DE QVADRATVRA.

Quod in quadratura petitur est efficere quadratum cuius area, capacitas, aut superficies æqualis sit spatio à linea circulari comprehenso. Alium problemata est: *Invenire rationem diametri circularis ad circumferentiam.*

Hæc duo problemata adeò sunt connexa, vt altero invento etiam aliud solutum maneat: nullum tamen ex natura sua exigit, vt aliud prius inventum sit: admissa enim hac mutua connexione vtriusque resolutio impossibilis esset, quemadmodum possibile non est vtramque esse mutuo priorem. Circuli igitur quadratura inveniri potest, quin ratio diametri ad circumferentiam medium sit ad illius resolutionem, quemadmodum Hypocrates Chius lunulam quadravit, & è converso.

Demonstratum fuit ab Archimede circulum esse æqualem triãgulo cuius basis æqualis sit peripheriæ, & altitudo æqualis sit radio ipsius circuli, & colligitur ex (7. *p.* 2.) Quælibet enim figura regularis inscripta circulo ABCD. resolvitur in tot triangula æqualia, & similia, quot sunt figuræ latera: cum ergo

trian-

triangula omnia æquale habeant perpendiculum GO, erit tota figura æqualis triangulo, quod basim habet æqualem omnibus lateribus simul sumptis AB. BC. CD. &c. Et altitudinem æqualem perpendiculo GO. (1. l. 6.) Considerato igitur circulo, vt polygono infinitorum laterum, eius perpendiculum erit ipsemet radius, & totus circulus æqualis etiã triangulo, quod basim habeat æqualem perimetro, vel circumferentiæ circulari, & altitudinem ipsi radio, vel perpendiculo.

Vndê cognita ratione diametri, vel radij ad circumferentiam, cum radius notus sit, invenire licebit rectam circulari perimetro æqualem (2. *p*. 7.) si ergo hac basi fieret quodvis triangulum habens altitudinem radio æqualem, illud sane foret toti circulo æquale, quod facile postmodum in quadratum converteretur (6. *p*. 7.)

Archimedis proportio.

Diameter ad cirrumferentiam rationem habet proximam illi, quam 7. ad 22. circumferentia tamen iusto maior evadit. Data igitur diametro invenietur circumferentia per regulam auream; sive proportionis. *Exem. gr.*

Circuli diameter ſit 35.*ped.* inſtituetur aurea regula ſic: vt 7. ad 22. ita 35. *ped.* ad 110. *ped.* vel ſi 7. dant 22. quid 35? Et inveniūtur 110. Si autem circumferentia data ſit 110. *ped.* ad diametrum inveniendam, erit proportio, vt 22. ad 7. ita 110. *ped.* ad 35. *ped.* nempê ad diametrum.

Adriani Metij proportio.

Diameter ad circumferentiam eſt, vt 113. ad 355. & circumferentia ad diametrum, vt 355. ad 113 proportio iſta exactior eſt omnibus, quotquot in parvis numeris inventæ ſunt: circumferentia enim licêt iuſto ſit maior, non tamen excedit veram in 3. partibus ex 10000. in quas tota diameter conſideratur diviſa.

Proportio Ludovici a Ceulem.

Diameter. 100.000.000.000.000.000.000.000.
Circūfer. 314.159.265.358.979.323.847.

Hæc proportio eſt adeò veritati proxima, vt ſi vltima litera 7. diminuatur vnitate, &

& fiat 6. erit iam circumferentia iusto minor. Vsus istarum proportionum idem est omnino, qui in Archimedea proportione iam expositus fuit.

CONSECTARIA.

1 Superficies circuli est productum ex radio ducto in circumferentiæ dimidium: vt si diameter est 14. radius erit 7. circumferentia verò ex Archimede 44. eius dimidium 22. Si ergo ducatur radius 7. in 22. prodeunt 154. *ped. Quad.* nempè circuli area, vel superficies.

2 Cylindri recti superficies convexa est productum ex latere in circumferentiam circuli, qui est basis Cylindri, cui si addantur superioris, & inferioris circuli superficies, summa erit tota superficies cylindri. *Exem. gr.* Si diameter circularis basis fuerit 14. eius peripheria erit 44. quæ ducta in altitudinem 10. *ped.* erit superficies convexa 440. *ped. quad.* Deinde cum superficies circuli sit 144. vtraque superficies circularis erit 308. *ped.*

quad.

quad. si ergo colligātur 440. & 308. erit summa 748. *ped. quad.* scilicèt tota superficies cylindri.

3 Convexa superficies Coni est productum ex latere ducto in dimidium circumferentiæ basis circularis; cui si addatur superficies circuli summa erit totius Coni superficies.

4 Sphæræ superficies est productum ex diametro ducta in circumferentiam circuli maximi, qui scilicêt habet eandem sphæræ diametrum. Vel superficies sphærica est quadruplum superficiei circuli maximi.

5 Sphæræ soliditas est productum ex radio ducto in tertiam superficiei sphæricæ partem.

6 Cylindri soliditas est productum ex altitudine in superficiem circularis basis.

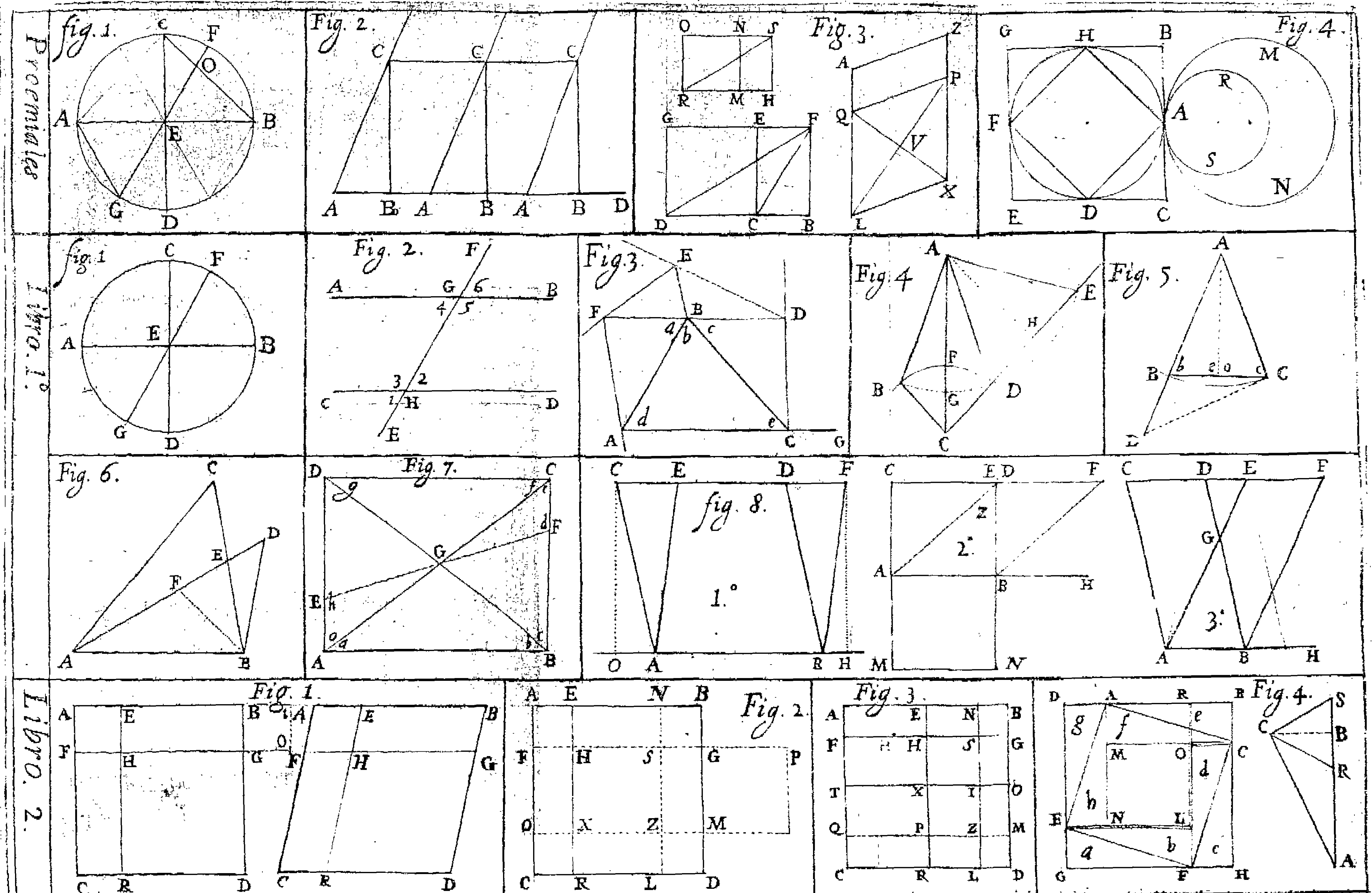
7 Coni soliditas est productum ex altitudine ducta in tertiam partem superficiei basis circularis. Vel productum ex superficie circularis basis ducta in tertiam altitudinis partem. Omnia hæc consectaria ab Archimede sunt demonstrata, & soluta geometrice forent inventurà circuli quadratà: ad

pra-

praxim verò ſatis eſt invenire circumferentiam ex Archimedis, vel Metij proportione, & qui exactiorem deſiderat calculum, vti poterit proportione Ludovici à Ceulen ſupra adducta.

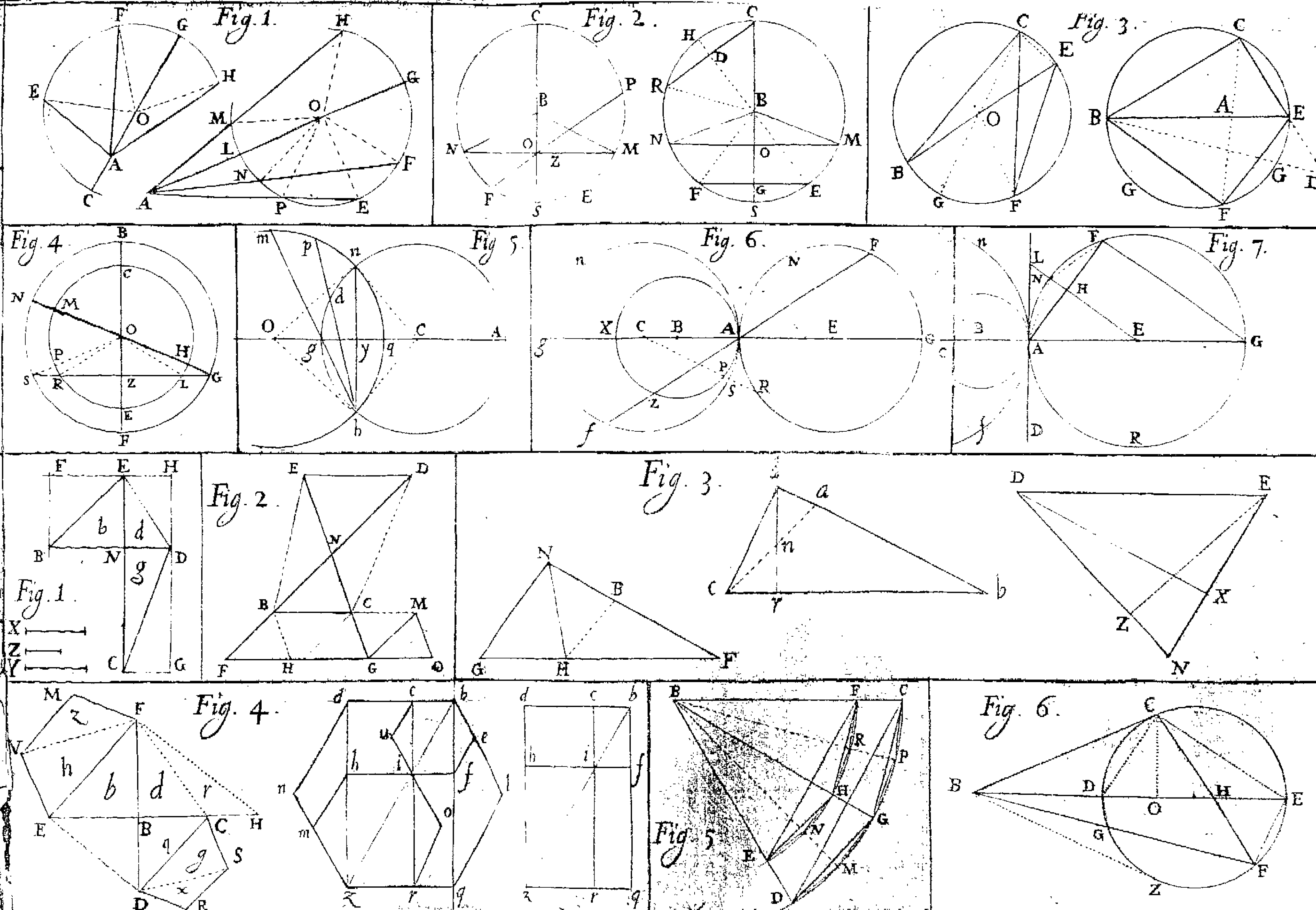
GEOMETRICÆ PRACTICÆ.

FINIS.


Preemiales
fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Libro 1°
fig 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
fig. 8
1.°
2.°
3.°
Libro 2.
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4

Libro. 3.

Libro. 6.



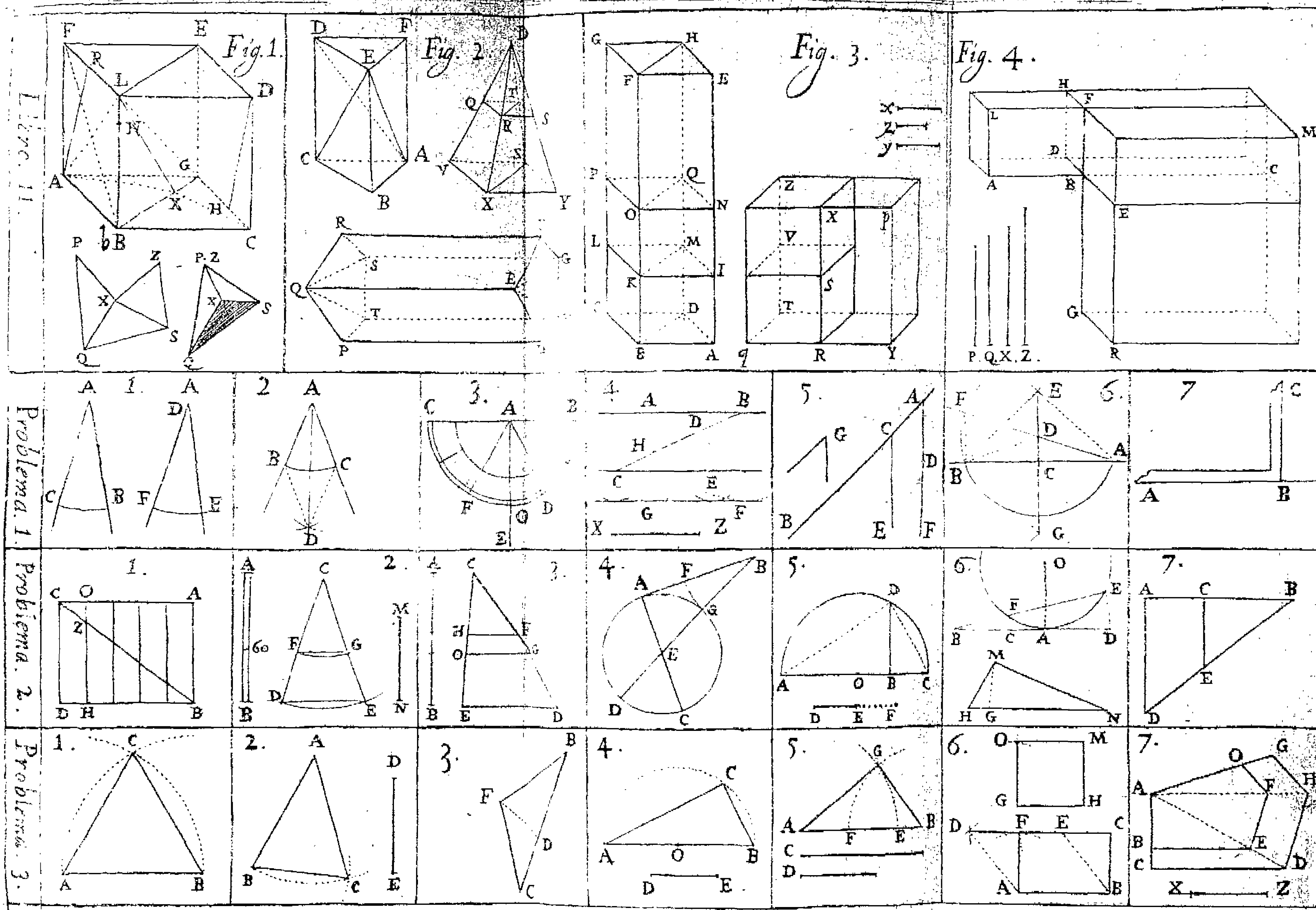
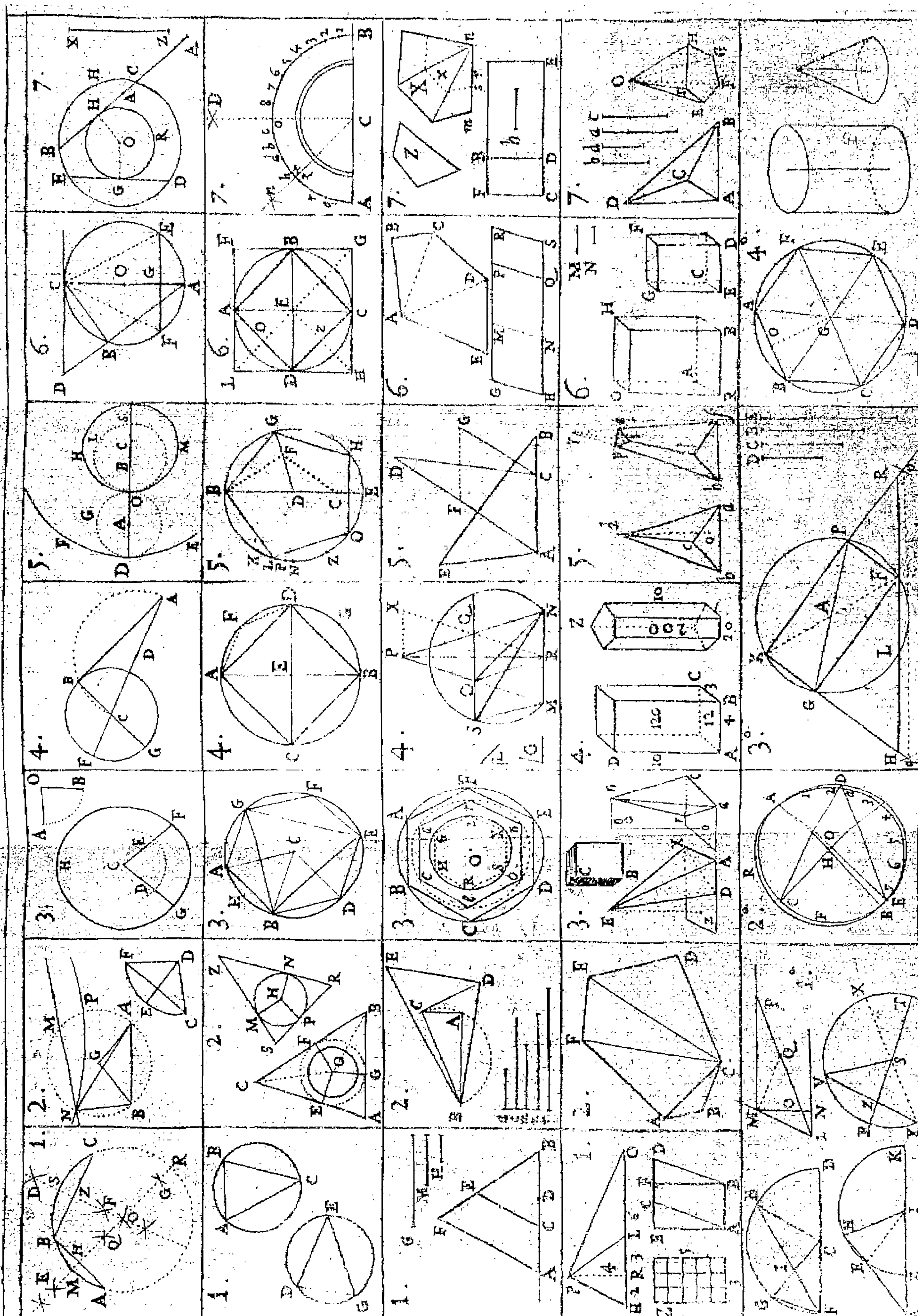


Fig. 1.
Fig. 2
Fig. 3.
Fig. 4.
Problema. 1.
Problema. 2.
Problema. 3.



Problema. 4. | Problema. 5 | Problema. 6. | Problema. 7. | Probl. 8.